

XXIX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Казань, 2024 год

Задания и решения

9 класс

Первый тур	2
Задача 1. <i>Налоги на сверхприбыль</i>	2
Задача 2. <i>День из жизни аналитика</i>	6
Задача 3. <i>Кривая доходности (9 класс)</i>	10
Задача 4. <i>Магазины в поселке</i>	14
Второй тур	18
Задача 5. <i>Вредная газировка</i>	18
Задача 6. <i>Устройство торгового центра</i>	22
Задача 7. <i>Мигранты</i>	25
Задача 8. <i>От ВВП к КПВ</i>	29

Первый тур

Задача 1. *Налоги на сверхприбыль*

(12 баллов)

1 января 2024 года в России был установлен налог на сверхприбыль, подразумевающий уплату компаниями части прибыли сверх определенного порога в пользу государства. В данной задаче вам предлагается проанализировать влияние разных версий такого налога на объем выпуска фирмы.

В городе N, далеко от Татарстана, всего одна фирма производит сладкое лакомство чак-чак. Функция спроса на чак-чак в городе имеет вид $Q(P) = 50 - P$, где P — цена на чак-чак, Q — объем его потребления. Общие издержки производства Q единиц продукции составляют $TC(Q) = 10Q$. Во всех пунктах фирма максимизирует прибыль (за вычетом налога, если он есть). Если фирма безразлична между несколькими объемами выпуска, она выбирает минимальный из них.

Определите объем выпуска, который выберет фирма, в следующих независимых друг от друга случаях:

а) (2 балла) В отсутствие налогообложения.

б) (3 балла) Введен налог на сверхприбыль. А именно, если до уплаты налога фирма имеет прибыль π не более, чем 300, налог не взимается; в противном случае фирма должна заплатить в бюджет 30 % от сверхприбыли, то есть от величины $(\pi - 300)$.

в) (3 балла) Введен налог на прибыль при высокой прибыли. А именно, если до уплаты налога фирма имеет прибыль π не более, чем 300, налог не взимается; в противном случае фирма должна заплатить в бюджет 30 % от всей прибыли π .

г) (4 балла) Введен налог при высокой маржинальности (доле прибыли в выручке). А именно, если до уплаты налога прибыль составляет не более половины выручки, $\pi \leq 0,5TR$, налог не взимается; в противном случае фирма должна заплатить в бюджет такую сумму T , что с учетом этой выплаты доля прибыли в выручке снижается до 0,5, то есть такую сумму T , что $(\pi - T)/TR = 0,5$.

Решение

а) Фирма выбирает Q , чтобы максимизировать прибыль $\pi(Q) = (50 - Q)Q - 10Q = 40Q - Q^2$. Оптимум находится в вершине параболы, $Q^* = 20$.

Ответ: $Q^* = 20$.

б) Составим функцию прибыли с учетом налога. Найдем, при каких объемах выпуска прибыль до налога больше 300. Запишем неравенство

$$Q(40 - Q) > 300.$$

Корни соответствующего уравнения легко угадать, это $Q = 10$ и $Q = 30$. Поскольку слева стоит парабола с ветвями вниз, неравенство выполнено между корнями уравнения, то есть при $Q \in (10; 30)$. При этих Q фирма будет платить налог, ее итоговая прибыль составит $Q(40 - Q) - 0,3(Q(40 - Q) - 300) = 0,7Q(40 - Q) + 90$. При других Q фирма не будет платить налог.

Значит, с учетом налога функция прибыли примет вид

$$\pi(Q) = \begin{cases} Q(40 - Q), & Q \leq 10; \\ 0,7Q(40 - Q) + 90, & 10 < Q < 30; \\ Q(40 - Q), & Q \geq 30. \end{cases}$$

Поскольку функция прибыли непрерывна, возрастает при $Q \leq 10$ и убывает при $Q \geq 30$, ее максимум находится на отрезке $[10; 30]$. Как видим, на этом отрезке функция имеет ту же точку максимума, что и исходная функция прибыли $Q(40 - Q)$, это $Q^* = 20$.

Ответ: $Q^* = 20$.

Примечание: Есть и другие решения этого пункта. Например, заметим, что прибыль после уплаты налога π и прибыль до уплаты налога π_1 связаны соотношением $\pi_1 = f(\pi)$, где

$$f(\pi) = \begin{cases} \pi, & \pi \leq 300; \\ 300 + 0,7(\pi - 300), & \pi > 300. \end{cases}$$

Поскольку $f(\pi)$ — возрастающая функция, точки максимума $\pi(Q)$ и $f(\pi(Q))$ совпадают. Значит, $Q^* = 20$.

в) В этом случае при $Q \leq 10$ и $Q \geq 30$ функция прибыли не меняется, аналогично пункту б). При $Q \in (10; 30)$, прибыль фирмы после уплаты налога будет иметь вид просто $0,7Q(40 - Q)$. Значит,

$$\pi(Q) = \begin{cases} Q(40 - Q), & Q \leq 10; \\ 0,7Q(40 - Q), & 10 < Q < 30; \\ Q(40 - Q), & Q \geq 30. \end{cases}$$

Эта функция разрывна, «прыгает» вниз при $Q = 10$ и вверх при $Q = 30$. Поскольку функция возрастает при $Q \leq 10$ и убывает при $Q \geq 30$, ее максимум достигается либо при $Q = 10$, либо при $Q = 30$, либо в точке максимума на среднем интервале, это $Q = 20$. Сравним значения в этих точках: $\pi(10) = \pi(30) = 300$ (это мы знаем по построению), $\pi(20) = 0,7 \cdot 400 = 280 < 300$. Значит, максимум достигается при $Q = 10$ и $Q = 30$. По условию, фирма выберет минимальный выпуск, то есть $Q^* = 10$.

Ответ: $Q^* = 10$.

г) Найдем, при каких Q доля прибыли в выручке больше, а при каких — меньше 50%. Например, решим неравенство

$$\frac{\pi(Q)}{TR(Q)} = \frac{(40 - Q)Q}{(50 - Q)Q} > 0,5.$$

Преобразовав, получаем $40 - Q > 0,5(50 - Q)$, откуда $15 > 0,5Q$, $Q < 30$.

Значит, при $Q \geq 30$ фирма не будет платить налог, и получит прибыль, как раньше, $(40 - Q)Q$. При $Q < 30$ ее прибыль равна $Q(40 - Q) - T$, но по построению сумма налога

T ровно такая, что

$$\frac{Q(40 - Q) - T}{Q(50 - Q)} = 0,5,$$

так что $Q(40 - Q) - T = 0,5Q(50 - Q)$, итоговая прибыль будет равна половине выручки. Значит, в итоге

$$\pi(Q) = \begin{cases} 0,5Q(50 - Q), & Q < 30; \\ Q(40 - Q), & Q \geq 30. \end{cases}$$

Эта функция непрерывна, и, как мы знаем из анализа выше, убывает при $Q \geq 30$. Значит, ее максимум достигается при $Q \leq 30$. Вершиной параболы $0,5Q(50 - Q)$ является точка $Q = 25$ (это не что иное как точка максимума выручки), она принадлежит отрезку $[0; 30]$. Значит, она и будет итоговой точкой максимума.

Ответ: $Q^* = 25$.

Примечание: В пункте г) мы получили, что при введении налога выпуск *растет* ($25 > 20$), что необычно. Объяснение состоит в том, что сумма налога как функция от выпуска, $T(Q)$, не является возрастающей функцией от Q , как в стандартных случаях, — и поэтому налог отнюдь не стимулирует сокращать выпуск.

Схема проверки

Во всей задаче проверка достаточных условий максимума (указание на направление ветвей параболы и пр.) не требуется.

а) Максимальная оценка за пункт — 2 балла, из них:

- Выписывание функции прибыли (или условия $MR = MC$ с подставленными функциями) — 1 балл
- Нахождение оптимума $Q^* = 20$ — 1 балл.

б) Максимальная оценка за пункт — 3 балла, из них:

- Нахождение границ $Q = 10$ и $Q = 30$ — 1 балл.
- Нахождение функции прибыли при $Q \in (10; 30)$ с указанием границ — 1 балл.
- Нахождение и обоснование итогового оптимума — 1 балл.

в) Максимальная оценка за пункт — 3 балла, из них:

- Нахождение функции прибыли при $Q \in (10; 30)$ с указанием границ — 1 балл.
- Вывод о том, что оптимальный выпуск лежит в множестве $\{10, 20, 30\}$ — 1 балл.
- Сравнение прибыли при $Q = 10$, $Q = 20$, $Q = 30$, нахождение оптимума и итогового ответа — 1 балл,
- За выбор $Q = 30$ вместо / вместе с $Q = 10$ - баллы не снижаются

Если границы $Q = 10$ и $Q = 30$ не найдены в пункте б), но найдены в пункте в), за это ставится 1 балл в пункте б).

Границы в пунктах б) и в) также могут быть записаны в терминах цены p или прибыли π .

г) Максимальная оценка за пункт — 4 балла, из них:

- Нахождение границы взимания налога $Q = 30$ — 1 балл.
- Нахождение функции прибыли при $Q < 30$ — 1 балл.
- Нахождение оптимума при $Q \leq 30$, то есть $Q^* = 25$ — 1 балл.

- Обоснование того, что $Q^* = 25$ является оптимумом всей функции прибыли (графика достаточно) — 1 балл.

Задача 2. День из жизни аналитика (12 баллов)

Представьте, что вы аналитик, работающий в крупной компании, которая предоставляет возможность различным фирмам продавать товары частным лицам на собственной интернет-площадке (такая компания называется *маркетплейсом*) за комиссию в размере 10 % с каждой покупки. Проанализировав возможные точки роста компании, вы пришли к идее запуска скидок на стоимость товара: компания покрывает часть стоимости товара для покупателя, причем продавец получает деньги в полном объеме.

а) (3 балла) Вы назначаете встречу с коллегами, на которой хотите обосновать внедрение скидок. Приведите три позитивных для компании эффекта запуска скидок и поясните, как именно они влияют на бизнес. Если приведено больше трех аргументов, будут оценены первые три.

б) (1 балл) Один коллега интересуется, какой должна быть эластичность спроса покупателей по цене — высокой или низкой по модулю — чтобы внедрение скидок на стоимость товара наиболее вероятно привело к росту прибыли компании. Что вы ответите и почему?

в) (1 балл) Другая коллега интересуется, верно ли, что если ввести скидку в размере 5 %, то цена для потребителя снизится ровно на 5 %. Что вы ответите и почему?

г) (3 балла) Коллеги соглашались с тем, что запуск скидок — хорошая идея. Однако возникает следующий вопрос: какие именно скидки установить? Поскольку к текущему моменту среднестатистический покупатель совершил на площадке три покупки, вы пришли к трем альтернативам: (1) скидка в размере 5 % на покупку, совершаемую на площадке впервые, (2) скидка в размере 5 % на четвертую покупку на площадке, (3) скидки в размере 5 % на все покупки. Если, например, будет выбрана вторая альтернатива, то пользователь, который до начала акции совершил хотя бы четыре заказа на площадке, уже не сможет получить скидку. Приведите по одному преимуществу каждого варианта над остальными. Если приведено больше одного аргумента для какого-то сценария, будет оценен только первый.

д) (2 балла) Выбор пал на скидку на первую покупку. Остался финальный шаг — измерить влияние скидок на важные для компании показатели (другими словами, *метрики*). Ваш коллега предлагает следующий способ: (1) замерить метрики текущего месяца, пока скидки еще не запущены, (2) в следующем месяце запустить скидки для всех пользователей и замерить метрики, (3) для каждой метрики вычесть ее значение в первый месяц из значения во второй месяц и, в зависимости от полученного результата, сделать вывод о том, как запуск скидок влияет на нее — увеличивает или уменьшает. Верно ли, что измеренный таким образом эффект будет корректной оценкой влияния скидки на метрики? Почему? Предполагайте, что одного месяца достаточно для того, чтобы все желающие узнали про запуск скидок и совершили транзакции на площадке.

е) (2 балла) Предложите свой способ, который позволил бы, насколько это возможно, достоверно оценить влияние скидок на метрики.

Решение

Для решения задачи важно понимать, что основной целью бизнеса является извлечение дохода, а именно нахождение баланса между получением дохода здесь и сейчас (краткосрочным доходом), и в более длинной перспективе (долгосрочным доходом).

а) Возможные варианты позитивных эффектов внедрения скидок:

- Увеличение общего количества покупок.
- Увеличение количества покупок одним пользователем.
- Увеличение количества покупателей на площадке.
- Увеличение количества продавцов на площадке.
- Увеличение оборота (суммы стоимостей всех проданных товаров) компании.
- Увеличение возвращаемости пользователей.

Эти эффекты приводят к тому, что наш сервис отбирает рыночную долю — заказы и оборот — у конкурентов (за счет перетока пользователей от них, а также за счет того, что большее число новых пользователей совершают первую транзакцию именно на нашей площадке), а также к тому, что пользователи — как покупатели, так и продавцы — привыкают к нашему маркетплейсу. Соответственно, облагаемая комиссией денежная база при внедрении скидок растет, что приводит к тому, что хотя в краткосрочном периоде прибыль и может снизиться из-за скидок, в долгосрочном периоде она, вероятно, вырастет (особенно если в будущем снизить размер скидок или увеличить размер комиссии).

б) Спрос покупателей должен характеризоваться высокой эластичностью, чтобы рост количества заказов компенсировал для компании снижение выручки с одного заказа.

в) В таком случае у продавцов будет стимул немного поднять ранее установленную цену на свои товары, поскольку часть этого повышения маркетплейс компенсирует для потребителя. Следовательно, если ввести скидку в размере 5 % на стоимость товара, то за счет роста цены товара конечная цена для потребителя снизится менее чем на 5 %.

Данная механика напоминает субсидирование в стандартных экономических моделях, когда весь размер субсидии распределяется в некоторой пропорции между ценой потребителя и ценой производителя.

г) Возможные преимущества скидок на первую покупку:

- Это самый дешевый способ привлечь на площадку покупателя, который раньше никогда ей не пользовался.
- Такие скидки приводят к самым низким издержкам на субсидирование покупок, но только при условии, что потенциальное количество первых покупок *меньше* потенциального количества четвертых покупок. Такое возможно, например, если на рынке осталось *мало* пользователей, которые не пользовались нашим маркетплейсом.

Возможные преимущества скидок на четвертую покупку:

- Это самый дешевый способ увеличить средний показатель количества покупок на одного пользователя (то есть, преодолеть порог в три заказа на пользователя и, вероятно, улучшить возвращаемость покупателей, благодаря тому, что у боль-

шего количества пользователей выработается привычка к использованию маркетплейса).

- Такая скидка, в отличие от прочих, может привести к совершению покупателями первых заказов без скидки с целью достижения четвертой покупки со скидкой. То есть, она приводит к большему количеству более маржинальных заказов — заказов без скидки. Пример: пользователь первым, вторым и третьим заказами покупает по одной паре носков, а четвертым заказом приобретает ноутбук со скидкой.
- Такие скидки приводят к самым низким издержкам на субсидирование покупок, но только при условии, что потенциальное количество первых покупок *больше* потенциального количества четвертых покупок. Такое возможно, например, если на рынке осталось *много* пользователей, которые не пользовались нашим маркетплейсом.

Возможные преимущества скидок на все покупки:

- Наибольший рост общего количества покупок.
- Наибольший рост количества покупок одним пользователем.
- Наибольший рост количества покупателей на площадке.
- Наибольший рост количества продавцов на площадке.
- Наибольший рост оборота (суммы стоимостей всех проданных товаров) компании.
- Наибольший рост возвращаемости пользователей.

д) Проблема предложенного подхода — несопоставимость сравниваемых метрик. За время тестирования могут произойти определенные события (сезонные факторы, наступление праздников, вступление в силу новых законов, и т. д.), которые сами по себе способны влиять на поведение пользователей и метрики, а значит измеренная разница в метриках не в полной мере будет объясняться именно эффектом запуска скидок.

е) Возможные способы более достоверной оценки влияния скидок на метрики:

- Случайный эксперимент (также называемый *АБ-тестом*): можно запустить скидки только для случайно выбранной половины пользователей и сравнить метрики в двух группах — контрольной, или группе А, в которой нет скидок, и тестовой, или группе Б, в которой есть скидки (в таком случае единственным фактором, объясняющим разницу в метриках, будет именно запуск скидок, поскольку в среднем пользователи из двух групп одинаковые). Случайность назначения скидок пользователям здесь крайне важна. Если предложить, например, создать два идентичных маркетплейса, в одном из которых включить скидки, а в другом — не включать, то ясно, что покупатели будут гораздо чаще покупать на первой площадке, нежели на второй, а значит измеренный эффект запуска скидок будет существенно завышен.
- Свитчбэк-тестирование: можно модифицировать предложенный коллегой способ так, что, например, по четным дням скидка будет доступна всем пользователям, а по нечетным дням недоступна никому, и сравнить метрики четных дней с метриками нечетных дней.

- Использование прогнозной модели (оценивается в 1 балл, поскольку описанная в условии ситуация позволяет использование более надежного способа оценки причинно-следственного эффекта — АБ-теста, а использование прогнозной модели в реальной жизни упирается в тот факт, что все такие модели обладают далеко не идеальным качеством предсказания): с ее помощью можно предсказать значения метрик для следующего месяца и сравнить предсказание — прогноз метрик в отсутствие скидок — с реальной ситуацией — метриками при запуске скидок.

Схема проверки

Во всей задаче проверка достаточных условий максимума (указание на направление ветвей параболы и пр.) не требуется.

а) Максимальная оценка за пункт — 3 балла: по одному баллу за каждый релевантный приведенный аргумент с пояснением того, как описанные эффекты влияют на доход компании.

б) Максимальная оценка за пункт — 1 балл: полный балл ставится за верный ответ с пояснением.

в) Максимальная оценка за пункт — 1 балл: полный балл ставится за верный ответ с пояснением.

г) Максимальная оценка за пункт — 3 балла: по одному баллу за каждый приведенный аргумент.

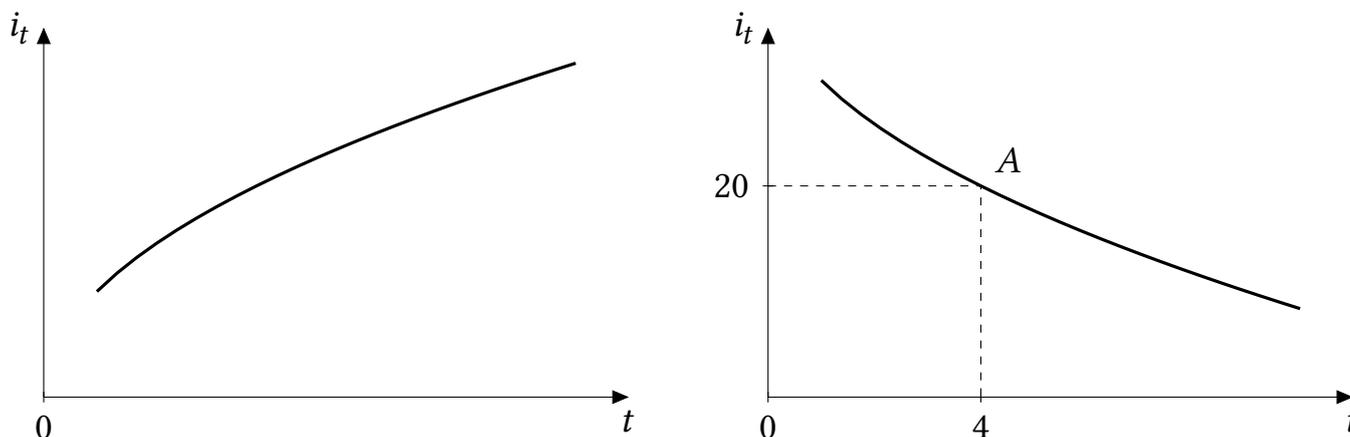
д) Максимальная оценка за пункт — 2 балла: полный балл ставится за верный ответ с пояснением, частичные баллы за пункт не предусмотрены.

е) Максимальная оценка за пункт — 2 балла, из них:

- Приведение в качестве возможного способа случайного эксперимента (или свитчбэк-тестирования) с пояснениями о том, как этот способ устроен (необязательно приводить точное название приведенного вами способа) — 2 балла за пункт.
- Приведение в качестве возможного способа использования случайного эксперимента с явными проблемами (например, предложение создать два одинаковых маркетплейса, в одном из которых запустить скидки, а в другом — не запускать) — 1 балл за пункт.
- Приведение в качестве возможного способа использования прогнозной модели — 1 балл за пункт.

Задача 3. Кривая доходности (9 класс)**(12 баллов)**

Кривая доходности показывает средние годовые доходности (в %) i_t в экономике в зависимости от срока t до погашения финансового актива (например, государственной облигации или депозита). Для простоты будем рассматривать в качестве активов государственные облигации. Например, точка A на графике показывает, что по облигациям на 4 года средняя годовая процентная ставка (доходность) равна 20 %.



Виды кривой доходности

В каждом пункте требуется привести по одному объяснению.

а) (3 балла) Известно, что в нормальной экономической ситуации кривая доходности возрастает (как на рисунке слева). Объясните, почему.

б) (3 балла) Обычно, если вследствие действий Центрального банка или правительства снижаются доходности краткосрочных облигаций (например, на 1 год), то снижаются и доходности долгосрочных, то есть кривая доходности сдвигается вниз целиком. Объясните, почему так происходит.

в) (2 балла) Объясните, почему сдвиг кривой доходности вниз приведет к увеличению инвестиций в реальный сектор экономики.

г) (2 балла) Иногда в данных встречается убывающая кривая доходности (как на рисунке справа). Считается, что убывающая кривая доходности является индикатором того, что скоро случится экономический кризис (как бы «предвестником» кризиса). Объясните, почему это так, при условии, что убывающая кривая доходности не является причиной кризиса сама по себе.

д) (2 балла) Убывающая кривая доходности может стать причиной проблем для бизнеса коммерческих банков. Объясните, почему.

Решение

а) Кривая доходности возрастает, для этого есть два объяснения:

- Риск-доходность. Чем больший временной промежуток мы рассматриваем, тем выше неопределенность относительно платежеспособности, выше вероятность того, что долг не будет выплачен. Эту растущую вероятность нужно компенсировать с течением времени все больше, поэтому в процентных ставках с течением времени растёт премия за риск. По этой же логике, за депозиты на более

длительный срок банки готовы предлагать более высокий процент, чтобы компенсировать тот самый риск.

- Ликвидность-доходность Чем больший временной промежуток мы рассматриваем, тем выше неопределенность относительно будущей экономической ситуации, выше вероятность того, что будет необходимо изменить распределение своих средств (а с ростом срочности возможностей по быстрому изъятию все меньше). Эту растущую вероятность нужно компенсировать с течением времени все больше, поэтому в процентных ставках с течением времени растёт премия за ликвидность.

б) Если упадут доходности по краткосрочным инструментам, а по долгосрочным они не изменятся, то у экономических агентов появляются возможности получить дополнительную прибыль в будущем, беря в долг по относительно заниженным краткосрочным ставкам, давать в долг под относительно завышенный процент. Таким образом, рынок перестаёт быть в равновесии, и экономические агенты начинают действовать в целях получения прибыли в долгосрочном периоде.

На рынке такие возможности получения прибыли, если нет никаких препятствий, нейтрализуются действиями самих агентов. И в равновесии никаких возможностей для получения гарантированной прибыли остаться не должно — отсюда и условие на его отсутствие. В рассмотренном выше примере, если многие люди начнут предъявлять спрос на краткосрочные займы и предлагать много заёмных средств на длительный срок, то по рыночному механизму процентная ставка по коротким инструментам будет расти, в какой-то момент переставая быть заниженной, а по долгосрочным будет падать, в какой-то момент переставая быть завышенной. Когда процентные ставки примут свои “справедливые” значения, то есть не будут ни завышенными, ни заниженными, возможности для получения однозначной прибыли уйдут, экономические агенты больше не будут менять свои модели поведения.

В результате, изменения краткосрочных ставок приводит к изменениям ставок долгосрочных.

в) При падении доходности финансовых активов инвестиции в реальный сектор становятся более привлекательными. (+1) В результате этого растёт предложение средств в реальный сектор, доходность в котором начинает снижаться. Больше проектов становится выгодными (NPV растёт, становится > 0), они начинают финансироваться, инвестиции увеличиваются.

Альтернативные объяснения:

- Деньги с финансового рынка могут не в полной мере направляться в инвестиции (часть из них может направляться на покупку других финансовых активов, но не в реальные проекты). Если мы изымаем часть средств с финансового рынка и целиком направляем их в реальный сектор, то предложение заемных средств становится больше, доходность снижается. Больше проектов становится выгодными (NPV растёт, становится > 0), они начинают финансироваться, инвестиции увеличиваются.
- Снижение ставки стимулирует людей отказаться от сбережений и увеличить потребление, что ведет к росту совокупного спроса, росту выпуска, в результате

этого доходы фирмы растут, что стимулирует их наращивать инвестиции.

г) Убывающая кривая доходности является индикатором того, что инвесторы ожидают кризиса. Вот два объяснения того, почему пессимистические ожидания инвесторов приводят к убывающей кривой доходности.

Действительно, если инвесторы имеют негативные ожидания относительно недалекого будущего, то они начнут отказываться от вложений в краткосрочные инструменты и переходить в инструменты долгосрочные, чтобы на период кризиса обезопасить свои средства. Падает спрос на краткосрочные активы и растет спрос на долгосрочные. Предложение краткосрочных и долгосрочных займов расти, как минимум, не будет. Это, в свою очередь, вызовет обвал цен активов краткосрочных и рост цен долгосрочных => доходности изменятся обратно: доходности краткосрочных инструментов вырастут, а долгосрочных упадут — и получится убывающая кривая доходности.

Когда экономические агенты ожидают рецессии, то они думают, что в будущем ЦБ для борьбы с ней, стимулируя экономику, будет снижать ключевую ставку процента, вместе с которой упадут и все остальные ставки. Также это будет верно, если ожидается снижение инфляции ниже таргета в будущем (например, в случае падения совокупного спроса), то они также могут ожидать стимулирующего воздействия на экономику со стороны ЦБ.

В итоге, есть ожидания кризиса, который приводят к инвертированной форме кривой, а негативные ожидания экономических агентов относительно будущего, как и самосбывающееся пророчество, могут и правда привести к рецессии. При негативных ожиданиях инвесторы сокращают инвестиции, сокращают производство, больше распродают из запасов, домохозяйства воздерживаются от покупки товаров длительного пользования. Все это приводит к сокращению совокупного спроса и предложения и, соответственно, к падению выпуска.

д) Инвертированная кривая доходности негативно сказывается на банковской системе, так как у банка большая часть кредитов (активов) долгосрочная, а депозиты (пассивы) краткосрочные — это основная деятельность банка, преобразование сроков жизни финансовых инструментов (*maturity transformation*). Инвертированная кривая снижает маржу банка: выгоду от долгосрочных активов в сравнении с издержками на короткие пассивы. Банк получает меньшую прибыль и может начать испытывать проблемы с ликвидностью или вообще обанкротиться.

Предположим, что экономические агенты верят в то, что инвертированная кривая доходности является предвестником кризиса. Тогда если агенты видят инвертированную кривую, они могут начать переживать за свои депозиты и начать набег на банк. Такое может произойти массово, и тогда банк вообще обанкротится. Однако даже без банкротства это негативно сказывается на бизнесе коммерческих банков.

Схема проверки

а) 3 балла за хотя бы одно верное и полное объяснение, 0 иначе. Нет объяснений про какой конкретно риск говорится в решении — 0 баллов.

б) 3 балла за верное и полное объяснение, 0 иначе.

в) Объяснено что при снижении ставки процента на финансовом рынке реальные активы становятся более привлекательными — 1 балл.

Объяснено что рост предложения заемных средств -> снижение ставки -> рост инвестиций — 1 балл.

г) 2 балла за верное и полное объяснение, 0 иначе. Полное объяснение должно быть построено по принципу «два следствия одной причины».

Оценивалось в 0 баллов, в том числе:

1. Если в решении предполагается, что государство объявляет кривую доходности
2. Не различаются потребление и инвестиции
3. Нет объяснения откуда берутся ожидания
4. Если сама кривая является причиной кризиса
5. Если долговой/финансовый кризис приравнивается к экономическому

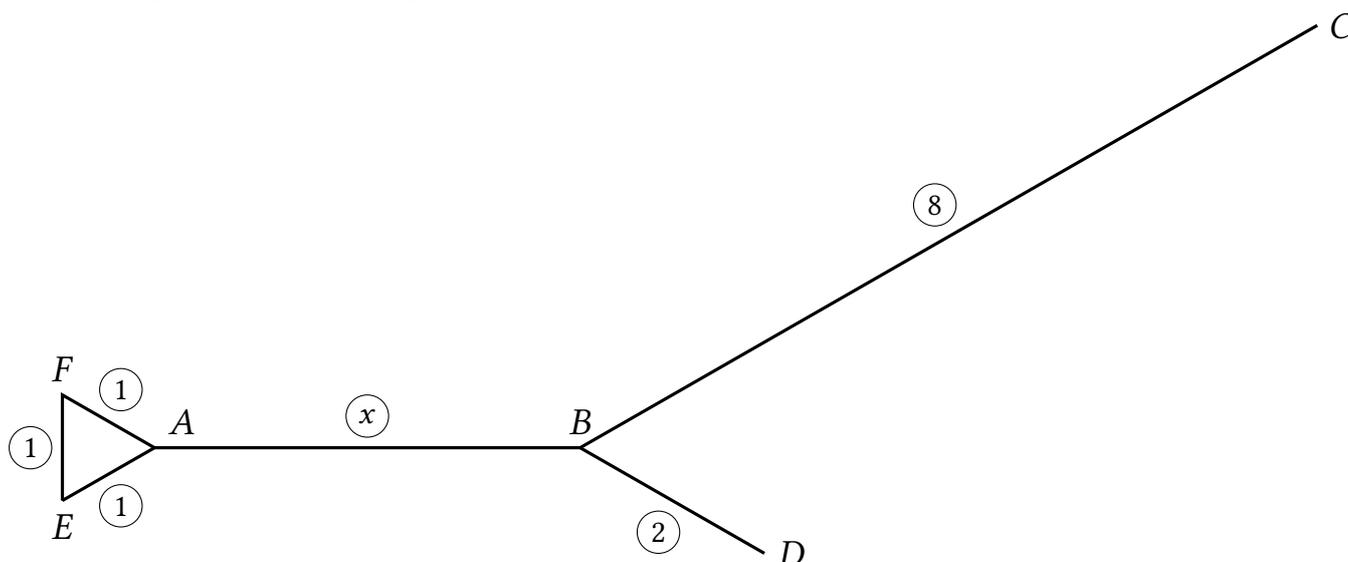
д) 2 балла за верное и полное объяснение, 0 иначе.

Оценивалось в 0 баллов, в том числе:

1. Если в решении предполагается, что государство объявляет убывающую кривую доходности
2. Если предполагается, что ставка по депозитам не меняется вместе со ставкой по облигациям

Задача 4. Магазины в поселке**(12 баллов)**

Сеть дорог в поселке Крутышка имеет следующий вид:



Обведенные цифры рядом с отрезками обозначают их длину в километрах (x — переменная величина, необязательно нарисованная в масштабе).

Жители поселка живут вдоль дорог равномерно¹, число жителей велико. Жители могут передвигаться только по дорогам.

Изначально в поселке нет ни одного магазина. На рынок данного поселка готовы выйти две фирмы — ООО «Лидер» и ООО «Последователь». Их взаимодействие устроено следующим образом. Сначала ООО «Лидер» выбирает, где (вплотную к дороге) расположить свой магазин, а затем ООО «Последователь», наблюдая, где разместил магазин «Лидер», решает, где (вплотную к дороге) расположить свой магазин.

После того как местоположение магазинов выбрано, каждый потребитель отправляется в ближайший к нему — с точки зрения расстояния вдоль дорог — магазин (цены и ассортимент в магазинах одинаковые). Если магазины находятся на равном расстоянии от потребителя, он отправляется в магазин фирмы «Лидер». Не идти в магазин потребитель не может. Считаем, что фирмы могут расположить магазины очень близко друг к другу, так что между магазинами нет потребителей. В этом случае будем говорить, что магазины находятся «впритык». Разместить магазины прямо в одной точке фирмы не могут.

Каждая фирма максимизирует долю потребителей, которые приходят в ее магазин (рыночную долю).

а) (3 балла) Пусть $x = 9$. Определите, где разместит свой магазин фирма «Лидер» (принимается описательный ответ вида «на участке MN на расстоянии k от точки N »).

б) (9 баллов) Для каждого $x > 0$ определите, где разместит магазин фирма «Лидер», и рыночную долю «Лидера» при этом размещении. При каком значении x рыночная доля «Лидера» будет максимальна?

¹Это означает, что для любого отрезка доля жителей поселка, живущих на нем, равна отношению длины этого отрезка к суммарной длине всех дорог.

Решение

Для более краткого решения задачи полезно сделать следующее наблюдение. Чтобы доказать, что лидер выберет некую точку x_1^* , нам необязательно находить наилучший ответ последователя $x_2^*(x_1)$ для любого действия лидера x_1 ; достаточно найти лишь *какое-то* действие последователя \hat{x}_2 , что лидеру хуже при $x_1 = \hat{x}_1$, $x_2 = \hat{x}_2$, чем при $x_1 = x_1^*$, $x_2 = x_2^*(x_1)$. Все дело в том, что *данная игра является игрой с фиксированной суммой (сумма рыночных долей фирм всегда равна 1)*, и поэтому чем лучше последователю, тем хуже лидеру. Если уже при каком-то возможном ответе последователя \hat{x}_2 на действие \hat{x}_1 лидеру невыгодно отклоняться от точки x_1^* в точку \hat{x}_1 , то при *наилучшем* для последователя ответе $x_2^*(\hat{x}_1)$ лидеру тем более нет смысла отклоняться, потому что ему будет еще хуже, ведь последователю будет лучше.

а) Лидер встанет на отрезке АВ на расстоянии 1 от точки В (назовем эту точку x_1). При таком расположении как справа, так и слева от лидера будет одинаковая суммарная длина отрезков (по $(3+9+8+2)/2 = 11$). Заметим, что тогда рыночная доля лидера будет $1/2$, ведь своим оптимальным ответом последователь встанет вплотную к лидеру слева или справа, и ровно половина потребителей пойдет в каждый из магазинов.

Теперь докажем, что при любом другом расположении лидер получит меньшую долю потребителей. Если он встанет в любую другую точку, то последователь, встав в точку x_1 , получит рыночную долю больше $1/2$ (получит всех потребителей на «своем» фланге, и еще некоторых между ним и лидером), а значит, лидер получит меньше $1/2$ (а при оптимальном действии последователя лидер получит еще меньше, см. общее рассуждение перед решением). Поэтому лидер не отклонится от точки x_1 .

Ответ: лидер встанет в точку, находящуюся АВ на расстоянии 1 от точки В.

б) Идея решения основана на следующем наблюдении. От точки В отходит три «отростка» (BC, BD и BA-FE). Если на одном из них находится точка, с обеих сторон от которой находится ровно по половине всех покупателей, то в нее и встанет лидер (по аналогии с пунктом а)). Если же ни на одном из них нет такой точки (что происходит, если нет отростка, который длиннее, чем сумма двух других), то естественным кандидатом на позицию лидера является сама точка В («перекресток»). Рассуждения ниже показывают, что эта интуиция верна.

При этом оказывается, что в силу того, что длины сторон треугольника AFE малы, он не играет специальной роли в анализе (достаточно учитывать сумму длин его сторон). В частности, точка А никогда не играет той же роли, что и точка В.

Общая длина всех отрезков равна $3+x+8+2 = 13+x$. Половина рынка соответствует длине $(13+x)/2$. Точка, слева и справа от которой по половине потребителей:

- никогда не находится на BD, потому что $(13+x)/2 > 2$;
- находится на BC при $(13+x)/2 < 8$, то есть при $x < 3$;
- находится на АВ при $3 < (13+x)/2 < 3+x$, то есть $x > 7$.

Поэтому имеет смысл рассмотреть три случая: 1) $x < 3$; 2) $3 \leq x \leq 7$; 3) $x > 7$.

1. $x < 3$. На отрезке BC находится точка, слева и справа от которой по половине потребителей. Это точка y_1 , находящаяся на BC на расстоянии $(3-x)/2$ от точки В. Докажем, что лидер встанет именно в эту точку. Если он встанет в нее, последователь встанет вплотную справа или слева от лидера, и лидер получит

половину потребителей. Если же лидер встанет в любую другую точку, то последователь, встав в y_1 , получит строго больше половины потребителей (логика та же, что в а)), а значит, лидер получит меньше половины. Поэтому лидер не будет отклоняться от y_1 . В итоге доля лидера будет равна $1/2$.

2. $3 \leq x \leq 7$. Докажем, что лидер встанет ровно в точку В (на «перекрестке»). Действительно, если он встанет в точку В, то в сторону точки С от него будет длина 8 потребителей, в сторону точки D от него будет длина 2 потребителей, в сторону точки А от него будет длина $x + 3$ потребителей (включая треугольник AFE). Оптимальный ответ последователя зависит от x :

- при $x + 3 < 8$, то есть $x < 5$, последователь встанет вплотную к лидеру на отрезке ВС, потому что там потребителей больше всего. Значит, лидер, встав в В, получит общую длину $2 + 3 + x = 5 + x$ (и долю $(5 + x)/(13 + x)$).
- при $x + 3 > 8$, то есть $x > 5$, последователь встанет вплотную к лидеру на отрезке АВ, потому что там потребителей больше всего. Значит, лидер, встав в В, получит общую длину $2 + 8 = 10$ (и долю $10/(13 + x)$).
- при $x = 5$ последователь может выбрать любой из двух вариантов выше, они для него равнозначны, и лидеру тоже безразлично, куда именно встанет последователь.

Докажем, что лидеру невыгодно отклоняться от точки В.

- При $x < 5$ самый длинный отросток — ВС, и достаточно доказать, что не выгодно отклоняться на него (отклонения на более короткие отростки только хуже). Если лидер отклонится на ВС, то если последователь сам встанет в точку В, то лидер получит длину меньше 8, а до отклонения он получал $5 + x \geq 8$, значит, отклоняться невыгодно.
 - Аналогично, при $x > 5$ самый длинный отросток — ВА-FE, достаточно доказать, что не выгодно отклоняться на него (отклонения на более короткие отростки только хуже). Если лидер отклонится на ВА-FE, то если последователь сам встанет в точку В, то лидер получит длину меньше $3 + x$, а до отклонения он получал $10 \geq 3 + x$, значит, отклоняться невыгодно.
 - при $x = 5$ оба этих аргумента работают.
3. $x > 7$. На отрезке АВ находится точка, слева и справа от которой по половине потребителей. Это точка z_1 , находящаяся на АВ на расстоянии $(x - 7)/2$ от точки В. Докажем, что лидер встанет именно в эту точку. Если он встанет в нее, последователь встанет вплотную справа или слева от лидера, и лидер получит половину потребителей. Если же лидер встанет в любую другую точку, то последователь, встав в z_1 , получит строго больше половины потребителей (логика та же, что в а)), а значит, лидер получит меньше половины. Поэтому лидер не будет отклоняться от z_1 . В итоге доля лидера снова будет равна $1/2$.

Подытоживая, получаем, что доля лидера как функция от x будет иметь вид

$$s_1(x) = \begin{cases} 1/2, & x < 3; \\ \frac{5+x}{13+x}, & 3 \leq x < 5; \\ \frac{10}{13+x}, & 5 \leq x < 7; \\ 1/2, & x \geq 7. \end{cases} \quad (4.1)$$

Легко видеть, что эта функция максимальна при $x = 5$, потому что функция $(5 + x)/(13 + x) = 1 - 8/(13 + x)$ возрастает, а функция $10/(13 + x)$ убывает.

Ответ: «Лидер» разместит свой магазин:

- на отрезке BC на расстоянии $(3 - x)/2$ от точки B при $x < 3$;
- в точке B при $3 \leq x \leq 7$;
- на отрезке AB на расстоянии $(x - 7)/2$ от точки B при $x > 7$.

Рыночная доля лидера дана в уравнении (4.1). Она максимальна при $x = 5$.

Схема проверки

- а) • Нет решения пункта а) (в том числе, если есть полное решение пункта б), но нет отдельного ответа на вопрос из пункта а) под соответствующей литерой) — **0 баллов**
- Только правильный ответ — **1 балл**
 - Арифметическая ошибка при решении выписанного уравнения для точки на отрезке AB — **2 балла**
- б) • **1 балл** за правильно найденную точку максимума доли *Лидера*. Если из-за арифметической ошибки при вычислении отдельных долей максимум найден неправильно, это **0 баллов**.
- Оставшиеся 8 баллов делятся на 4 участка параметров ($x > 7$, $x \in [5,7]$, $x \in [3,5]$, $x \in (0,3)$) по 2 балла каждый: по 1 баллу за позицию лидера и долю лидера
 - Отсутствие объяснения оптимальности точки B или точки на AB или точки на BC в соответствующем пункте — минус 1 балл (отсутствие сравнения оптимума с треугольником и BD при наличии сравнения точки B и точки на AB прощалось)
 - Пример: найдена точка лидера без объяснения, но нет доли: $+1 + 0 - 1 = 0$ баллов
 - В ответах на вопрос о доле фигурирует количество потребителей, а не доля — минус 1 балл один раз на всю задачу

Второй тур

Задача 5. Вредная газировка

(12 баллов)

Как вы знаете из одного из заданий регионального этапа, с 1 июля 2023 года в России введен акциз на сладкие напитки. В данной задаче мы предлагаем вам с помощью модели разобраться, как можно определять оптимальную ставку таких налогов.

Представим себе экономику, населенную 100 потребителями. Функция полезности каждого потребителя имеет вид $U = 120q - 3q^2/2 - pq - v(q)$, где q — количество выпитой газировки, p — ее цена для потребителя, $v(q) = q^2/2$ — долгосрочный вред здоровью от газировки. Вред от газировки есть в любом случае, но потребитель может как осознавать, так и не осознавать его. Если потребитель не осознает наличие вреда от газировки, он не знает о том, что в его полезности есть слагаемое « $-v(q)$ » (все остальные слагаемые ему известны в любом случае).

Рынок газировки является совершенно конкурентным. Средние издержки фирм постоянны и равны 20. Определим истинное общественное благосостояние как сумму полезности потребителей (с учетом вреда от газировки, который есть в любом случае) и поступлений в бюджет². Государство максимизирует истинное общественное благосостояние.

а) (2 балла) Найдите функцию спроса одного потребителя на газировку $q_d(p)$ в двух случаях: (1) если потребитель осознает вред от газировки и (2) если не осознает.

б) (9 баллов) Государство может ввести потоварный налог на производителей газировки по ставке t . Определите оптимальную для государства ставку потоварного налога t^* в следующих случаях:

- 1) все потребители осознают вред от газировки;
- 2) ни один потребитель не осознает вред от газировки;
- 3) 50 потребителей осознают вред от газировки, а остальные 50 — не осознают.

в) (1 балл) Логика введения налога в данной ситуации похожа на логику введения налога в одной из классических тем экономической науки. Назовите эту тему. Пояснение не требуется.

Решение

а) Если потребитель осознает вред от газировки, он максимизирует свою истинную полезность

$$U_{true}(q) = 120q - 3q^2/2 - pq - q^2/2 = (120 - p)q - 2q^2 \rightarrow \max_q.$$

Функция полезности квадратична, оптимум находится в вершине параболы с ветвями вниз, $q^* = (120 - p)/4 = 30 - p/4$. Это и есть искомая функция спроса $q_d(p)$

Если же потребитель не осознает вред от газировки, то он максимизирует «полезность»

$$U_{false}(q) = 120q - 3q^2/2 - pq = (120 - p)q - 3q^2/2 \rightarrow \max_q,$$

²Участник заключительного этапа без труда определит, что в данном случае в равновесии прибыль фирм равна нулю, и поэтому ее можно не учитывать.

откуда $q_d(p) = q^*(p) = (120 - p)/3 = 40 - p/3$.

Ответ: если осознает, то $q_d(p) = 30 - p/4$, а если не осознает, то $q_d(p) = 40 - p/3$.

Примечание: Мы получили, что потребители, не осознающие вред от газировки, предъявляют более высокий спрос на нее — все логично.

б) Пусть все потребители осознают вред от газировки. Поскольку информация полна, рынок газировки совершенно конкурентный, внешние эффекты отсутствуют, при невмешательстве государства общественное благосостояние максимально, а любой положительный налог приведет к DWL. Значит, оптимальная ставка налога t^* равна 0.

Это можно проверить формально.

Поскольку средние издержки постоянны и равны 20, при введении налога по ставке t равновесная цена для потребителя будет равна $p = 20 + t$. Поскольку все потребители одинаковы, они выберут один и тот же объем потребления q . Запишем истинное общественное благосостояние как функцию от этого объема:

$$W(q) = 100(120q - 3q^2/2 - (20 + t)q - q^2/2 + tq) = 100(100q - 2q^2).$$

Его можно сразу максимизировать по q или сначала подставить $q = q_d(p) = 30 - p/4 = 30 - (20 + t)/4$ и максимизировать по ставке налога t . Первый путь проще: оптимальный объем потребления q^* равен $100/4 = 25$. Он достигается при ставке t такой, что $q_d(20 + t) = 25$, то есть $30 - (20 + t)/4 = 25$, откуда $t = 0$.

Таким образом, несмотря на вред от газировки, в этом случае государство вмешиваться не должно. Потребители и так полностью учитывают этот вред при принятии решений.

Теперь допустим, что ни один из потребителей не осознает вред от газировки. Поскольку все потребители одинаковы, они выберут один и тот же объем потребления q . Функция истинного благосостояния имеет тот же вид, что и выше:

$$W(q) = 100(100q - 2q^2).$$

Оно по-прежнему максимально при $q = 25$. Отличие в том, что теперь спрос потребителей другой ($q_d(p) = 40 - p/3$), и чтобы достичь этого объема, нужно будет ввести налог. А именно, налог t должен удовлетворять уравнению $q_d(20 + t) = 25$, $40 - (20 + t)/3 = 25$, откуда $t^* = 25$. Этот случай также можно решить максимизацией по t .

Наконец, пусть только 50 потребителей осознают вред от газировки. Осознающий и не осознающий вред потребители выберут *разные* объемы потребления q_1 и q_2 , тогда благосостояние будет равно

$$W(q_1, q_2) = 50(100q_1 - 2q_1^2) + 50(100q_2 - 2q_2^2)$$

Его не нужно максимизировать отдельно по q_1 и по q_2 , потому что объемы q_1 и q_2 связаны через ставку налога. При ставке налога t

$$q_1(t) = 30 - (20 + t)/4 = (100 - t)/4;$$

$$q_2(t) = 40 - (20 + t)/3 = (100 - t)/3.$$

Подставляя эти значения в функцию благосостояния, получаем, что как функция от ставки налога благосостояние имеет вид

$$W(t) = 50(100(100 - t)/4 - 2(100 - t)^2/16) + 50(100(100 - t)/3 - 2(100 - t)^2/9).$$

По t эта функция квадратична, ветви параболы направлены вниз. Максимизируя ее (для удобства можно сделать замену $x = 100 - t$), получаем $t^* = 16$.

Ответ: 1) $t^* = 0$; 2) $t^* = 25$; 3) $t^* = 16$.

Примечание: мы получили, что чем больше потребителей осознают вред от газировки, тем меньше должен быть налог, что также логично.

в) Ответ: Внешние эффекты (экстерналии).

Примечание: если в экономике есть отрицательный внешний эффект, то экономический агент А своими действиями отрицательно влияет на другого экономического агента Б, но не учитывает этого при принятии решений, в результате чего с точки зрения общества объем деятельности А избыточен. Государство может скорректировать эту неэффективность, введя налог на деятельность агента А.

Здесь же агент А своими действиями отрицательно влияет на экономического агента А (самого себя), но не учитывает этого при принятии решений, в результате чего с точки зрения общества объем деятельности (в данном случае, потребления) агента А избыточен. Государство может скорректировать эту неэффективность, введя налог на потребление агента А.

Таким образом, ситуация аналогична ситуации с внешним эффектом, но этот эффект не внешний, а внутренний (но не осознаваемый). По аналогии со словом *экстерналия* (от англ. *external* — «внешний»), которым также называют внешний эффект, такой внутренний, но не осознаваемый эффект называется *интерналия* (от англ. *internal* — «внутренний»). Интерналия — это как бы экстерналия на самого себя. Тема интерналий и их регулирования является частью *поведенческой экономики*, области экономической науки, изучающей не вполне рациональное поведение людей.

Схема проверки

а) По 1 баллу за каждую полностью правильную функцию спроса. При арифметических ошибках баллы не ставились.

б) Если участник в каком-либо из трех случаев 1-3 максимизирует благосостояние по t , то ему за этот случай ставится:

1. 2 балла за функцию благосостояния $W(t)$ для данного случая.
2. 1 балл за нахождение ее точки максимума.

Если участник в случаях 1-2 максимизирует благосостояние по q (в случае 3 это невозможно), то ставится:

1. по 2 балла за вывод функции благосостояния $W(q)$.
2. 1 балл за нахождение ставки налога $t^* = 0$, при которой количество равно 25 в случае 1;
3. 1 балл за нахождение ставки налога $t^* = 25$, при которой количество равно 25 в случае 2;

Если участник решает случай 1 без вычислений (получает $t^* = 0$), ссылаясь на общий результат об эффективности при совершенной конкуренции, то ему ставится **3 балла** за эту часть.

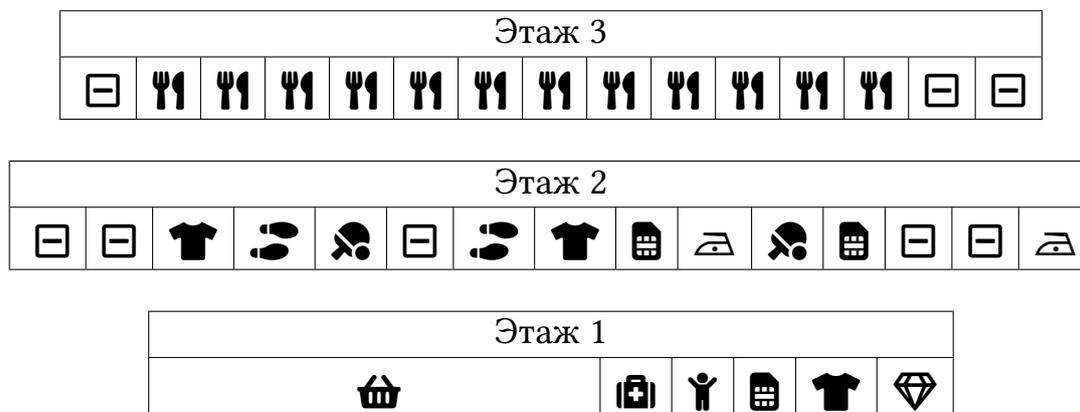
Если в случаях 2 и 3 допущена ошибка, то снимается **1 балл** за хотя бы одну арифметическую ошибку и еще **1 балл**, если эта ошибка привела к ситуации, что налог в третьем случае оказался выше, чем во втором, или другой подобной ситуации, противоречащей экономическому смыслу.

Если при выводе функции благосостояния $W(q)$ или $W(t)$ не учтена важная составляющая (например, налоги или $v(q)$), то ставится **0 баллов**. Если была ошибка подсчета (часть слагаемых умножалась на 100, часть нет), то ставится **1 балл**. Если не было доведено до функции одной переменной, то тоже ставится **1 балл**.

в) 1 балл за верно указанную тему «Внешние эффекты» («Экстерналии», «Налоги Пигу»). В случае наличия также противоречивой темы, не связанной с задачей («Монополия», «Международная торговля» и др.), ставится **0 баллов** независимо от наличия правильного ответа.

Задача 6. Устройство торгового центра**(12 баллов)**

Девочка Даша регулярно посещает один торговый центр и удивляется странным, с ее точки зрения, принципам его устройства. В этот раз Даша, придя в торговый центр, перерисовала его схему:



На схеме одна ячейка соответствует одному магазину, ширина ячейки — ширине соответствующего магазина. ☐ — свободная площадь; ☺☺ — кафе с местами на общем фудкорте; 👕 — магазин одежды; 👞 — магазин обуви; 🏃 — спортивный магазин; 📱 — салон связи; 📺 — бытовая техника; 💎 — ювелирный магазин; 🏪 — аптека; 🧑 — бесплатная детская комната; 🏪 — продуктовый супермаркет.

Даша села на лавочке и задумалась. Ниже приведены ее вопросы и размышления о разных аспектах устройства торгового центра. Помогите Даше найти экономические аргументы, отвечающие на ее вопросы, а также оцените сделанные ей предположения и выданные советы.

В решении выделите на каждый аргумент новый абзац и начинайте его с символа «•». В каждом пункте будут оцениваться только первые написанные $n + 1$ аргументов, где n — максимальное число баллов за этот пункт. Каждый положительно оцененный аргумент (и критика соображений Даши, и ответы на ее вопросы) будет добавлять 1 балл до набора максимально возможного балла за соответствующий пункт.

а) (1 балл) «Бесплатная детская комната — зачем она торговому центру? Это какая-то благотворительность, без которой администрация вполне могла бы обойтись».

б) (3 балла) «Почему в этом торговом центре так много свободных площадей? Казалось бы, администрации центра выгодно снизить арендную плату до того уровня, когда фирмам станет выгодно арендовать площадь под магазины. Администрация торгового центра ведет себя нерационально и теряет прибыль».

в) (2 балла) «Интересно, почему все кафе расположены рядом друг с другом? Казалось бы, так они активнее конкурируют между собой и эта конкуренция заставляет сбивать цены на еду. На месте владельцев я бы старалась искать площади в других местах города, где нет такой конкуренции».

г) (2 балла) «Интересно, почему супермаркет не только в этом торговом центре, но и во многих других расположен на первом этаже? Супермаркет нужен многим посетителям, и расположение его на верхних этажах могло бы заставить их ознакомиться с ассортиментом других магазинов, пока они идут до супермаркета».

д) (2 балла) «Интересно, почему в супермаркете такие низкие цены? Вряд ли он так окупает высокую арендную плату, которую требует с такого крупного арендатора торговый центр. Супермаркет принадлежит известной сети и может позволить себе поднять цены без потери существенной доли покупателей».

е) (2 балла) «Еще любопытно, почему кафе в торговом центре много, а супермаркет только один? Наверно, администрация других супермаркетов просто не знает про существование этого торгового центра. Им стоит лучше изучать рынок».

Решение

а) Если бы не было детских комнат, некоторые семьи могли бы отказаться от похода в торговый центр, так как с маленькими детьми сложнее заниматься покупками. Соответственно, торговому центру выгоднее сделать детскую комнату, чем лишиться части клиентов.

- б)
- Из-за маленького потока покупателей фирмам может быть невыгодно арендовать площади даже по очень низкой цене: доходы могут не покрыть расходы на зарплату продавцам, логистику и другие издержки. Одновременно торговый центр не может сдать в аренду площади по очень низкой цене из-за расходов, связанных со сдачей (услуги юристов и т.п.) и обслуживанием помещения.
 - Иметь свободные площади «про запас» может быть разумной стратегией максимизации долгосрочной прибыли: вместо сдачи по низкой цене первому попавшемуся арендатору, ТЦ может ждать более платежеспособного и «держат» под него свободную площадь.
 - Если ТЦ из-за регулирования не может сдавать разные квадратные метры по разным ценам, то для максимизации выручки (прибыли) может быть неоптимально сдавать все площади.

- в)
- Благодаря общему фудкорту, получается более эффективно использовать площадь: столики на фудкорте общие, их занимают посетители тех кафе, на которые в каждый момент больше спрос.
 - Выигрыш достигается, потому что в торговом центре есть поток клиентов, которые приходят поесть между покупками, а не с целью поесть в конкретном кафе. Соответственно, кафе получает поток разнообразных клиентов, а не только тех, кто идет именно в это кафе.
 - Кухня в разных кафе разная (русская и грузинская, итальянская и вьетнамская и т.д.), что снижает интенсивность конкуренции между ними.
 - От кафе есть отрицательная экстерналия на другие магазины. Поэтому они вынужденно по решению руководства ТЦ концентрируются в одном месте.

- г)
- Это удобно для посетителей: возить тяжелые тележки из супермаркета гораздо проще, если он находится на уровне выхода из ТЦ (и близко к парковке, которая либо на улице, либо на один этаж ниже первого). Это особенно важно для пожилых покупателей и покупателей с ограниченными возможностями. Таким образом, благодаря политике размещения супермаркета на 1 этаже супермаркет расширяет контингент покупателей.
 - Супермаркет также выигрывает от такого расположения, потому что экономит

на услугах грузчиков.

- д) • Арендная плата для супермаркета необязательно высокая, поскольку торговый центр очень заинтересован в его наличии (он является так называемым «якорным арендатором» — многие покупатели приезжают в ТЦ в первую очередь в супермаркет, а заодно посещают и другие магазины и кафе), поэтому в переговорах о стоимости аренды у супермаркета высокая переговорная сила.
- Супермаркет в этом ТЦ большой, а значительная часть его издержек — фиксированная (арендная плата, электричество, зарплата охранников и т.д.). Такая ситуация создает экономию на масштабе продаж, что позволяет супермаркету устанавливать низкие цены на отдельные единицы продукции и не работать в убыток.
- е) • Кафе предлагают дифференцированную еду, а супермаркеты предлагают одни и те же товары. В последней ситуации конкуренция может быть строго невыгодной.
- Во-вторых, супермаркет занимает большую площадь, а найти место для двух супермаркетов может быть тяжело.
 - В-третьих, с точки зрения торгового центра второй супермаркет не сгенерирует приток новых клиентов, поэтому торговый центр может быть заинтересован в диверсификации магазинов.

Схема проверки

Схема проверки этой задачи фактически описана в условии.

В пункте б) любые аргументы с альтернативным использованием площадей для посетителей не учитывались.

В пункте г) неспецифичные аргументы, подходящие и для супермаркета, и для условного магазина одежды, не засчитывались.

В пункте д) аргументы, касающиеся узких групп посетителей (посетители, покупающие перекус, посетители в мексиканских шляпах и т.д.), не засчитывались.

Задача 7. Мигранты**(12 баллов)**

Страна А занимает небольшой остров в составе архипелага. Спрос и предложение труда в этой стране задаются уравнениями $L_a^d = 100 - w$ и $L_a^s = w$ соответственно, где w — зарплата в месяц (в тыс. д.е.), а L — количество работников (в тыс. человек). На других островах архипелага есть 1 млн работников, готовых приплыть на остров и трудиться за зарплату $w_f = 30$ тыс. д.е. в месяц. Труд отечественных работников и иностранцев для фирм полностью взаимозаменяем.

а) (3 балла) Сколько отечественных и иностранных работников будут заняты в стране А в условиях свободного перемещения рабочей силы? Проиллюстрируйте ситуацию на графике спроса и предложения труда, аккуратно подписав все линии и отметив равновесие.

б) (4 балла) Правительство страны А решило обязать фирмы платить отечественным работникам зарплату не менее 50 тыс. д.е. в месяц. При этом фирме можно нанимать иностранцев только в том случае, если все отечественные работники, готовые работать за эту зарплату, уже трудоустроены. На иностранных работников это правило не распространяется, их можно по-прежнему нанимать за зарплату 30 тыс. д.е. в месяц в любом количестве. Сколько отечественных и иностранных работников будут заняты в стране А, по каким зарплатам? В какую сторону изменится совокупное благосостояние отечественных работников в стране А по сравнению с ситуацией пункта а)? Отечественных фирм?

в) (5 баллов) Узнав о мере, которую ввело правительство в пункте б), 20 тыс. иностранных работников переехали в страну А навсегда и получили ее гражданство, став отечественными работниками. Они по-прежнему готовы работать за зарплату не менее 30 тыс. д.е., но от более высокой зарплаты также не откажутся. Правила, введенные в п. б), продолжают действовать. Сколько отечественных и иностранных работников будут заняты в стране А?

Решение

а) В равновесии без миграции зарплата вычисляется из уравнения $100 - w = w$ и равна $w_a = 50$ тыс. д.е. Конкуренция с иностранными работниками, которые готовы работать по 30 тыс. д.е., снизит зарплату в стране до этого уровня. При таком уровне зарплаты работать согласятся 30 тыс. отечественных работников, а величина спроса на труд отечественных фирм составит 70 тыс. сотрудников. Таким образом, в страну приедут 40 тыс. иностранцев. Иллюстрация равновесия на рис. 7.1 слева.

б) В новой ситуации равновесие пункта а) сохраниться не может — в нем отечественные работники были наняты по зарплате 30 тыс. д.е., что теперь запрещено. При этом 50 — это равновесная зарплата при отсутствии миграции, то есть по такой зарплате готовы трудиться ровно столько же отечественных работников, сколько фирмы готовы нанять. Это и произойдет.

При этом после полного удовлетворения спроса по зарплате 50 тыс. д.е. отечественными работниками фирмы готовы нанимать иностранных работников с зарплатой 30 тыс. д.е. Как видно на графике (рис. 7.1 справа), величина остаточного спроса при цене 30 тыс. д.е. составляет 20 тыс. работников. Именно столько иностранцев бу-

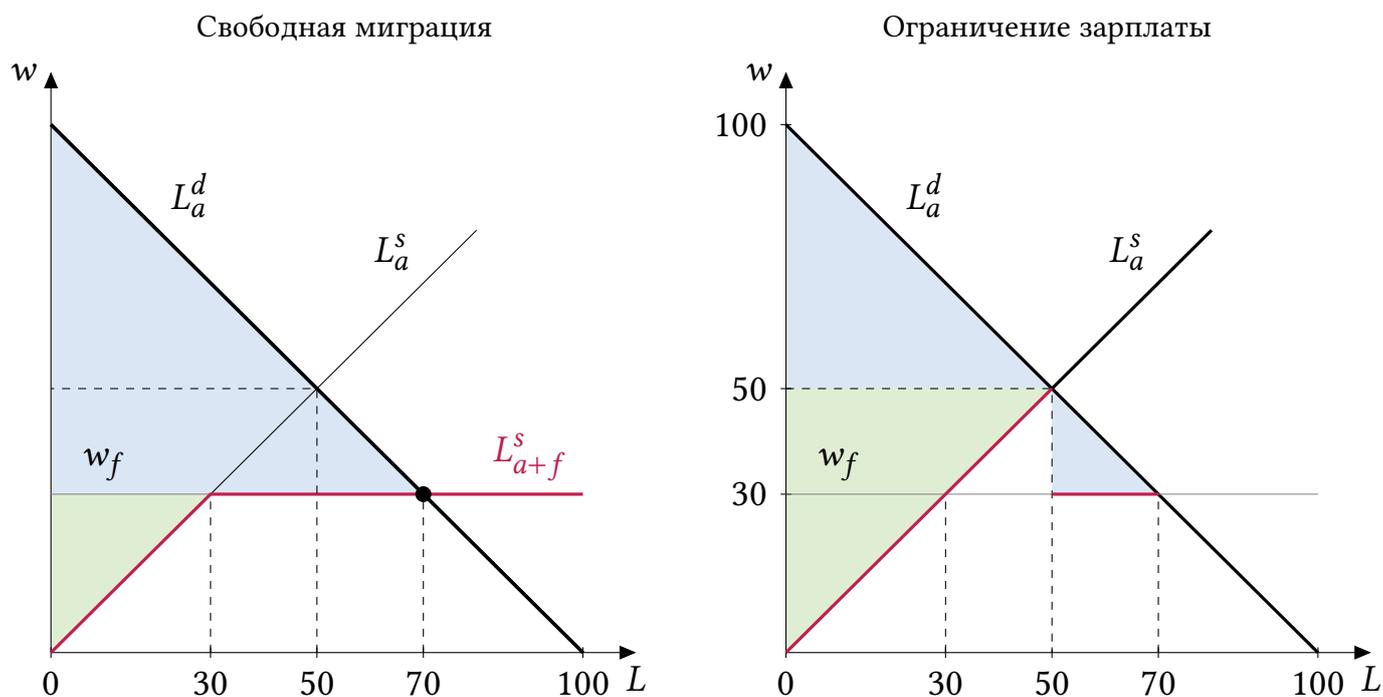


Рис. 7.1: Ситуация на рынке в условиях свободной миграции и при ограничении зарплаты отечественных работников

дет нанято.

По сравнению с пунктом а) нанято больше отечественных работников, их зарплата также выросла, поэтому их благосостояние увеличилось. Что касается фирм, они нанимают 70 тыс. работников, как и прежде, но если раньше они нанимали всех по зарплате 30 тыс. д.е., то теперь вынуждены платить некоторым зарплату 50 тыс. д.е., так что их благосостояние (прибыль) снизилось.

Величины излишков фирм (синие области) и работников (зеленые области) показаны в обоих случаях на рис. 7.1. Величины излишков равны:

	В пункте а)	В пункте б)
Излишек фирм	2450	1450
Излишек работников	450	1250

в) Предложение труда сдвинется вправо на 20 тыс. при $w \geq 30$ тыс. д.е. и примет при таких зарплатах вид $L_a^s = w + 20$. Отечественные работники могут наниматься по зарплате не ниже 50 д.е., но при такой зарплате величина предложения труда (70 тыс. работников) превышает величину спроса на труд (50 тыс. работников). Ситуация проиллюстрирована на рис. 7.2. Таким образом, снова будет нанято 50 тыс. отечественных работников, а 20 тыс. отечественных работников, согласных на зарплату 50 тыс. д.е., останутся безработными. Иностранцев нанять будет нельзя.

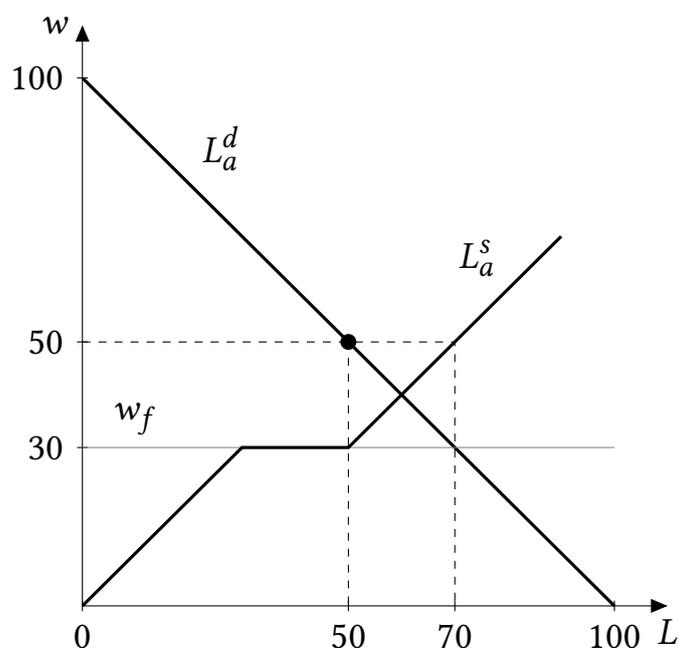


Рис. 7.2: Ситуация на рынке после иммиграции при ограничении заработной платы отечественных работников

Схема проверки

а) Максимальная оценка за пункт — 3 балла, из них:

- идея, что у отечественных и иностранных работников должна сложиться одинаковая зарплата (даже если явно не сформулирована, но используется в решении) — 1 балл;
- нахождение числа отечественных и иностранных работников — 1 балл;
- график — 1 балл.

Для полного балла обозначение излишков (заштрихованных областей) на графике не требуется.

б) Максимальная оценка за пункт — 4 балла, из них:

- определение числа нанятых отечественных работников и их зарплаты — 1 балл;
- определение числа нанятых иностранных работников и их зарплаты — 1 балл;
- рассуждение и ответ про благосостояние отечественных работников — 1 балл;
- рассуждение и ответ про благосостояние отечественных фирм — 1 балл.

Для полного балла в этом пункте иллюстрация и расчет излишков не требуются; для изменения благосостояния достаточно интуитивного объяснения. Тем не менее, если участник использует расчеты для анализа благосостояния, то расчеты должны быть корректными. Если хотя бы одно из сравниваемых чисел рассчитано неверным способом или с ошибкой, то балл за анализ соответствующего благосостояния не ставится.

в) Максимальная оценка за пункт — 5 баллов, из них:

- новая функция предложения при $w \geq 30$ — 1 балл (в том числе если правильная функция не выписана в явном виде, но изображена на графике или с очевидностью используется в решении);
- определение числа нанятых отечественных работников — 2 балла;

- 1 балл, если правильный ответ получен без анализа ситуации на рынке, а только исходя из идеи «граждан страны А стало больше, поэтому их наймут не меньше, чем в б), а именно столько же»;
- определение числа нанятых иностранных работников — 2 балла;
 - 1 балл, если нулевая занятость иностранцев объяснена не наличием безработных граждан страны А, а отсутствием спроса на их труд со стороны фирм.

Для полного балла в этом пункте иллюстрация не требуется.

Задача 8. От ВВП к КПВ*(12 баллов)*

В мире, где могут производиться только товары X и Y , страна Альфа является малой открытой экономикой, то есть может покупать и продавать любое количество этих товаров по фиксированным ценам. Мировой валютой является международный тугрик (м.т.). Мировая цена товара X равна p м.т., а мировая цена товара Y равна 1 м.т. В разное время значение p было разным, меняясь в пределах от $1/4$ до 1 включительно. Из исторических данных вы знаете, что валовой внутренний продукт (ВВП) страны по паритету покупательной способности (стоимость произведенных страной товаров в мировой валюте) зависит от p по следующему правилу:

$$\text{ВВП}(p) = 1 + 2p - 2\sqrt{p} \text{ м.т.}$$

Эта формула верна для каждого $p \in [1/4; 1]$.

Обозначим максимально возможные объемы производства товаров в стране за X_{\max} и Y_{\max} . При каждом p объемы производства в стране Альфа выбираются так, чтобы стране стали доступны объемы потребления товаров, лежащие на кривой торговых возможностей (КТВ). Известно, что альтернативные издержки производства каждого из товаров положительны и строго возрастают, и что для любого объема $X_0 \in [0; X_{\max}]$ существует такая мировая цена $p \in [1/4; 1]$, при которой в стране производится ровно X_0 единиц товара X .

а) (4 балла) Найдите X_{\max} и Y_{\max} .

б) (1 балл) Для каждого $p \in [1/4; 1]$ запишите уравнение КТВ страны (Y как функцию от X).

в) (7 баллов) Восстановите уравнение КПВ страны (Y как функцию от X). Подсказка: это можно сделать без использования производной.

Решение

а) Из строго возрастающих альтернативных издержек следует, что страна будет выбирать объемы производства в точке касания КПВ и КТВ, или в точке пересечения КПВ и КТВ, если это одна из двух крайних точек КПВ.

Пусть $X^*(p)$ и $Y^*(p)$ — объемы производства товаров X и Y в стране как функции от p . Из геометрических соображений о касании следует, что $X^*(p)$ возрастает (хотя бы нестрого). Предположим, что $X^*(1) < X_{\max}$. Тогда, в силу возрастания $X^*(p)$, $X^*(p) \leq X^*(1) < X_{\max}$ для всех $p \in [1/4; 1]$, а значит, для значений $X_0 \in (X^*(1); X_{\max})$ не существует цены $p \in [1/4; 1]$ такой, что $X^*(p) = X_0$. По условию же такая цена существует. Значит, предположенное нами неравенство $X^*(1) < X_{\max}$ неверно, и следовательно, $X^*(1) = X_{\max}$ и $Y^*(1) = 0$.³

Аналогично, $X^*(1/4) = 0$ и значит, $Y^*(1/4) = Y_{\max}$.

Теперь можно найти X_{\max} и Y_{\max} из данных о ВВП при ценах 1 и $1/4$ соответственно.

$$X_{\max} + 0 = 1 \cdot X^*(1) + Y^*(1) = \text{ВВП}(1) = 1.$$

³Тот факт, что при $X = X_{\max}$ $Y = 0$ следует из условия о том, что альт. издержки производства каждого из товаров положительны, а значит, у множества производственных возможностей нет вертикальных и горизонтальных границ.

$$0 + Y_{\max} = (1/4) \cdot X^*(1/4) + Y^*(1/4) = \text{ВВП}(1/4) = 1/2.$$

Ответ: $X_{\max} = 1, Y_{\max} = 1/2$.

б) Уравнением КТВ является прямая $pX + Y = \text{ВВП}(p)$ (при движении вдоль КТВ стоимость произведенных товаров в международных ценах не меняется). Отсюда,

$$Y = \text{ВВП}(p) - pX = 1 + 2p - 2\sqrt{p} - pX = 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X).$$

Ответ: $Y(X) = 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X)$.

в) Мы знаем, что крайние точки КПВ — $(1,0)$ и $(0,1/2)$. Теперь нам нужно найти все остальные точки на КПВ.

Способ 1 (без использования производной).

Докажем, что чтобы найти уравнение КПВ, нам нужно всего лишь *проминимизировать* найденное выше уравнение КТВ по p . Это следует из того, что КПВ является *нижней огибающей* семейства КТВ.

А именно, пусть искомое уравнение есть $Y = \text{КПВ}(X)$. Поскольку для любого p КПВ лежит не выше КТВ, получаем, что для любого $X \in [0; X_{\max}]$ и любого $p \in [1/4; 1]$ верно неравенство

$$\text{КПВ}(X) \leq 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X) \quad (8.1)$$

Но возьмем некий фиксированный объем X и рассмотрим цену $p_0(X) \in [1/4; 1]$, при которой в стране производится именно этот объем X (такая цена есть по условию). Поскольку при этой цене производится именно объем X , при объеме X и цене $p_0(X)$ значения КПВ и КТВ совпадают, то есть в (8.1) достигается равенство.

Итак, мы получили, что для всех $p \in [1/4; 1]$ верно неравенство (8.1), причем при каком-то $p \in [1/4; 1]$ оно выполняется как равенство (этот факт проиллюстрирован на рис. 8.1). А это значит, что при каждом X КПВ(X) равно *минимальному* значению функции $f(p) = 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X)$ на отрезке $[1/4; 1]$.

Осталось найти это минимальное значение. $f(p)$ является квадратичной функцией от $t = \sqrt{p}$, Поскольку $X \leq X_{\max} = 1 < 2$, ветви параболы направлены вверх (здесь мы существенно использовали найденное раньше значение $X_{\max} = 1$). Поскольку $p \in [1/4; 1], t \in [1/2; 1]$. Вершина имеет абсциссу

$$t_{\text{в}} = \frac{1}{2 - X},$$

что принадлежит отрезку $[1/2; 1]$ при $0 \leq X \leq 1$, значит, это действительно точка минимума. Отсюда

$$p_0(X) = \frac{1}{(2 - X)^2}$$

и

$$\text{КПВ}(X) = 1 - 2\frac{1}{2 - X} + \frac{1}{(2 - X)^2}(2 - X) = \frac{2 - X - 2 + 1}{2 - X} = \frac{1 - X}{2 - X}.$$

Способ 2 (через анализ производных).

Пусть $X(p)$ и $Y(p)$ — объемы производства товаров в стране. Для каждого p выполнено тождество

$$Y(p) + pX(p) = \text{ВВП}(p) = 1 + 2p - 2\sqrt{p}.$$

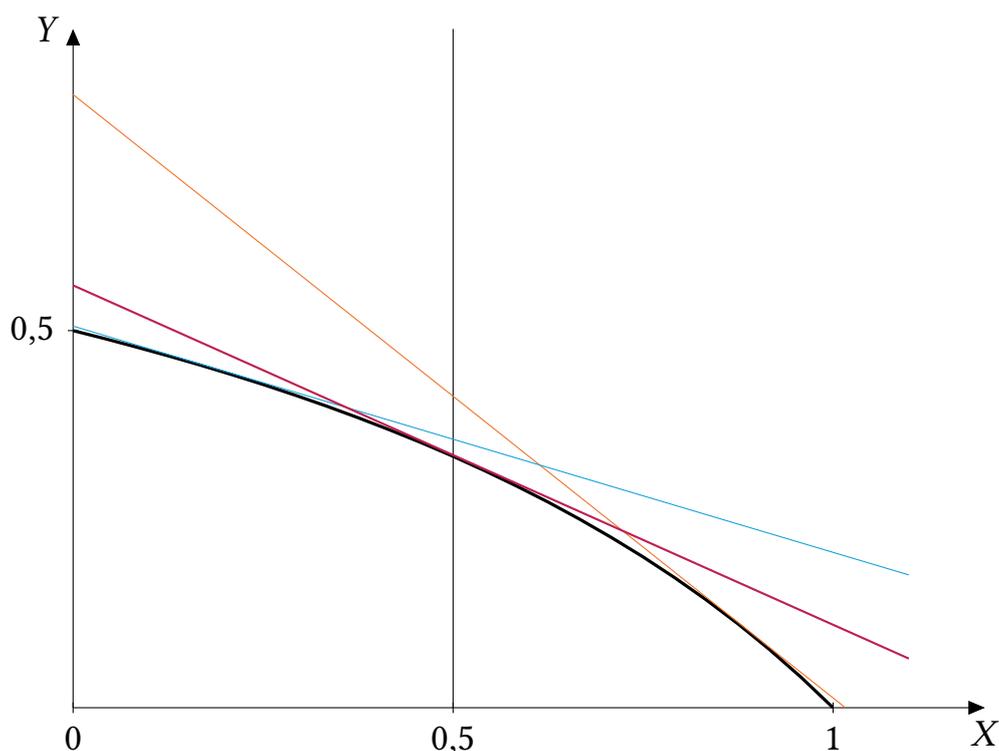


Рис. 8.1: Идея решения: значение КПВ равно минимальному из значений всех КТВ на вертикальной прямой (при фиксированном X). На рисунке изображены три КТВ, включая ту, значение которой при данном X минимально среди всех КТВ (изображена красным).

Продифференцируем его по p , получим

$$Y'(p) + 1 \cdot X(p) + X'(p)p = 2 - \frac{1}{\sqrt{p}}. \quad (8.2)$$

Теперь заметим, что поскольку страна всегда находится в точке на КПВ, $Y(p)$ и $X(p)$ связаны тождеством

$$Y(p) = \text{КПВ}(X(p)).$$

Продифференцируем и его:

$$Y'(p) = \text{КПВ}'(X(p))X'(p).$$

Но поскольку экономика находится в точке касания КПВ и КТВ, а наклон КТВ равен $-p$, для любого p выполнено

$$\text{КПВ}'(X(p)) = -p.$$

Подставляя это соотношение в предыдущее равенство, получаем, что

$$Y'(p) = -pX'(p).$$

Подставляя это в (8.2), получаем, что $X'(p)p$ сокращается, и в итоге,

$$X(p) = 2 - \frac{1}{\sqrt{p}}.$$

Выражая отсюда p , получаем что, цена $p_0(X)$, при которой оптимально производить ровно X единиц товара X задается как

$$p_0(X) = \frac{1}{(2-x)^2}.$$

Поскольку при такой цене КПВ и КТВ в точке X совпадают, найти КПВ можно, подставив эту цену в уравнение КТВ.

Ответ: $Y(X) = \frac{1-X}{2-X}$.

Примечание 1: Как видим из этого уравнения КПВ, $X_{\max} = 1$ и $Y_{\max} = 1/2$, все сошлось. При данной КПВ, являющейся участком гиперболы, альтернативные издержки производства действительно строго возрастают, см. рис. 8.1. Решив прямую задачу, можно проверить, что при данной КПВ ВВП описывается как раз функцией, данной в условии.

Примечание 2: приведенный метод восстановления КПВ по данным о ВВП работает при любом числе товаров. Предположим, что в открытой экономике есть 1000 товаров, а именно, товары $Y, X_1, X_2, \dots, X_{999}$. Пусть p_i — цена товара X_i , а цена товара Y принята за единицу. Допустим, мы смогли оценить зависимость ВВП от 999 цен p_1, p_2, \dots, p_{999} , и получили функцию ВВП(p_1, p_2, \dots, p_{999}). Тогда мы можем точно так же сначала восстановить КТВ как

$$\text{КТВ} = \text{ВВП}(p_1, p_2, \dots, p_{999}) - p_1 X_1 - p_2 X_2 - \dots - p_{999} X_{999},$$

а затем найти 1000-мерную КПВ $Y(X_1, X_2, \dots, X_{999})$, проминимизировав это выражение для КТВ по всем ценам p_1, p_2, \dots, p_{999} . Обоснование этого метода ровно то же, что и в случае двух товаров.

Схема проверки

а) Всего за пункт 4 балла, из них:

- Правильные ответы для X_{\max} и Y_{\max} — по 1 баллу.
- Обоснование — 2 балла. Ссылка на то, что $X(p)$ возрастает, необходима для обоснования.

б) 1 балл за верное уравнение КТВ.

в) Всего за пункт 7 баллов. При решении Способом 1 из них:

- Идея о том, что для получения КПВ нужно проминимизировать КТВ по p при каждом x (с обоснованием) — 5 баллов. При этом:
 - если есть эта идея без обоснования — 3 балла.
 - если есть только идея о том, что КПВ является нижней огибающей всех КТВ (без дальнейшей минимизации) — 3 балла.
- Получение зависимости $X(p)$ или $p(X)$ — 1 балл.
- Получение итоговой КПВ — 1 балл.

Решение способом 2 оценивалось полным баллом.

За арифметическую ошибку снимался 1 балл.

Особые случаи:

- Если участник просто продифференцировал зависимость $КТВ(X, p)$ по p без идеи о том, что надо искать минимум (или с неверной идеей о том, что надо искать максимум), и находит в результате верное уравнение КПВ, ему ставится 2 балла из 7 за пункт в).
- Если участник просто «угадал» верное уравнение КПВ, и обосновал, что оно удовлетворяет всем условиям задачи, за пункт в) ставится полный балл.