

XVII Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Московская область, 21–27 апреля 2012 года

9–11-й класс

Первый тур. Задачи.

Дата написания	22 апреля 2012 г.
Количество заданий	5
Сумма баллов	100
Время написания	180 минут

Необходимо привести полное и обоснованное решение всех задач.

Решение должно содержать четкую аргументацию, без лишних рассуждений.

Не пытайтесь переворачивать этот лист и читать задания до объявления начала написания тура.

Решения следует писать на отдельном бланке.

Задача № 1 (20 баллов)

Штучки, штуки и штуковины

Процесс производства товара «Штучки» включает в себя три этапа.

- I. На первом этапе, используя труд и капитал, производят Штуковины, причем технология на данном этапе описывается производственной функцией $q = \sqrt{KL}$, где q — количество Штуковин, K — объем капитала, L — объем труда.
- II. На втором этапе производят Штуки, причем для получения одной Штуки необходимы 3 единицы труда и 2 Штуковины.
- III. И наконец, на третьем этапе из одной Штуки получают 4 Штучки, затрачивая на одну такую операцию 5 д. е.

Фирма, производящая «Штучки», арендует в краткосрочном периоде 1 единицу капитала. Плата за аренду этой единицы составляет 16 д. е. Цена единицы труда составляет 1 д. е. Все рассматриваемые количества могут быть не только целыми.

Выведите функцию общих издержек производства «Штучек», то есть зависимость $TC(Q)$, показывающую, какое минимальное количество денежных единиц нужно потратить фирме на производство Q Штучек.

Задача № 2 (20 баллов)

$$A + B = C?$$

Обратные функции внутреннего спроса и предложения на рынке товара X в стране R описываются уравнениями $P_d = 11 - 2Q$ и $P_s = Q$ соответственно. Также у внутренних производителей есть возможность поставлять товар X за рубеж по мировой цене, равной 6 д. е. Страна R мала, и поэтому объемы ее внутреннего спроса и предложения не могут повлиять на мировую цену.

- а) В 2010 году государство ввело налог на внутренних производителей в размере 1 д. е. за каждую экспортируемую единицу продукции. *Найдите сумму налоговых сборов, полученную государством.* Обозначьте эту сумму за A .
- б) В 2011 году государство ввело налог на внутренних производителей в размере 1 д. е. за каждую единицу продукции, продаваемую на внутреннем рынке (налог на экспорт был отменен). *Найдите сумму налоговых сборов, полученную государством.* Обозначьте эту сумму за B .
- в) В 2012 году на повестку дня был поставлен вопрос о введении на внутренних производителей налога в размере 1 д. е. за каждую произведенную единицу продукции независимо от того, на каком рынке — внутреннем или внешнем — она была продана. Департаменту экономики было поручено оценить, какую сумму сборов (обозначим ее за C) получит государство в этом случае. Ответ из департамента последовал незамедлительно: «поскольку в данном случае предлагается одновременно ввести и налог на экспорт (как было в 2010 году), и налог на внутренние продажи (как было в 2011 году), то искомая сумма C просто равна $A + B$ ». *Верен ли вывод экономистов? Свой ответ подтвердите расчетами.*
- г) *Если Ваш ответ в предыдущем пункте «нет», то поясните его интуитивно: почему возникает расхождение между $A + B$ и C ? Приведите содержательное экономическое объяснение.*

Задача № 3 (20 баллов)**Фридмэния**

В стране Фридмэнии производится единственный конечный товар Y . Для производства продукции фирмы используют единственный фактор производства — труд. Зависимость между совокупным выпуском продукции в году t и количеством используемого труда имеет вид: $Y_t = 20\sqrt{L_t}$.

Будем использовать следующие обозначения: w_t — цена одной единицы труда (зарботная плата), которая установилась во Фридмэнии в году t ; p_t — уровень цен на конечную продукцию, который установился во Фридмэнии в году t .

Рынки труда и конечной продукции в этой стране являются рынками совершенной конкуренции, спрос фирм на труд задан уравнением $L_t^d = 100p_t^2/w_t^2$. Работники Фридмэнии формируют свое предложение труда следующим образом. Они вычисляют, сколько товара Y можно купить на выплачиваемую им зарплату. При этом, принимая решение о предложении труда в году t , они не знают точно, какой уровень цен установится во Фридмэнии в этом году и предполагают, что уровень цен останется таким же, каким он был в прошлом году (то есть в году $(t - 1)$). Поэтому они считают, что если им в этом году выплатят зарплату w_t , то они смогут купить на нее $z_t = w_t/p_{t-1}$ единиц товара Y . Предложение труда работников задано уравнением $L_t^s = 100z_t^2$.

Уравнение совокупного спроса в этой стране имеет вид: $Y_t^{AD} = 200/p_t$.

Известно, что на протяжении 2010 и 2011 годов уровень цен во Фридмэнии оставался неизменным.

- Определите равновесный ВВП и равновесный уровень цен Фридмэнии в 2011 году.*
- В 2012 году центральный банк Фридмэнии увеличил предложение денег, в результате чего совокупный спрос стал описываться следующим соотношением: $Y_t^{AD} = 266,2/p_t$. Определите равновесный ВВП и равновесный уровень цен Фридмэнии в 2012 году.*
- Предположим, что в 2013 году уравнение совокупного спроса останется таким же, как и в прошлом году. Изменится ли уровень цен по сравнению с 2012 годом? Если нет, то почему? Если да, то увеличится или уменьшится? Изменится ли ВВП по сравнению с 2012 годом? Если нет, то почему? Если да, то увеличится или уменьшится?*

Задача № 4 (20 баллов)**Феодал и крестьянин**

В некоторой стране есть два экономических агента — Феодал и Крестьянин. Урожай крестьянина (Y) зависит как от его усилий (e), так и от природных факторов (Z , где $0 < Z < 1$): $Y = e + Z$. Жизнь Крестьянина нелегка. Во-первых, труд его тяжел: свои издержки на уровень усилий e Крестьянин оценивает в $e^2/2$ единиц урожая. Во-вторых, Феодал изымает у Крестьянина в виде оброка долю t урожая, причем эту ставку Феодал устанавливает так, чтобы максимизировать физический объем урожая, который он получит. Крестьянин же максимизирует количество остающегося у него урожая за вычетом издержек на усилия, то есть величину $U = (1 - t)Y - e^2/2$. Более детально процесс взаимодействия Феодала и Крестьянина во времени выглядит так:

- I. Оба узнают значение Z ;
 - II. Феодал назначает ставку оброка t ;
 - III. Зная ставку оброка, Крестьянин выбирает уровень усилий e ;
 - IV. Крестьянин трудится, прилагая выбранный уровень усилий e , и долю t урожая отдает Феодалу.
- Оба агента «сотрудничают» давно и знают, какую именно целевую функцию максимизирует каждый из них.

- a) Найдите выбираемую Феодалом ставку оброка t^* и выбираемый Крестьянином уровень усилий e^* как функции от природных условий Z . Возрастают или убывают функции $t^*(Z)$ и $e^*(Z)$? Поясните интуитивно.
- b) Верно ли, что чем благоприятнее природные условия, тем крестьянину будет лучше? Если Ваш ответ «нет», то из-за чего возникает такой «парадоксальный» результат? Кроме того, если Ваш ответ «нет», найдите значение Z , при котором U максимально.

Задача № 5 (20 баллов)**Всемирная Олимпиада**

В некоторой маленькой стране есть месторождения золота (Au), серебра (Ag) и меди (Cu), однако распределены они по территории страны неравномерно. В стране есть три области; в первой области есть только месторождения золота и серебра, во второй — только месторождения серебра и меди, в третьей — только месторождения золота и меди. Кривые производственных возможностей областей описываются уравнениями:

$$\text{Первая область: } 2Au_1 + Ag_1 = 140;$$

$$\text{Вторая область: } 2Ag_2 + Cu_2 = 140;$$

$$\text{Третья область: } 2Au_3 + Cu_3 = 140.$$

(За Au_i , Ag_i и Cu_i обозначены объемы добычи металлов в области номер i .)

С приближением XVII Всемирной Олимпиады растет спрос на все три металла (золото и серебро нужны непосредственно, а медь является составной частью бронзы).

- a) Допустим, согласно подписанным ранее международным договоренностям, страна должна поставить оргкомитету Олимпиады 80 единиц золота и 80 единиц меди. Какое максимальное количество серебра может быть произведено в стране в этих условиях?
- b) Допустим, оргкомитету нужно поставить все три металла в естественной пропорции 1 : 1 : 1. Какие максимальные количества металлов сможет поставить страна при соблюдении этой пропорции?