

**XXVI Межрегиональный экономический фестиваль школьников
«Сибиряда. Шаг в мечту».**

Олимпиада по экономике для учащихся 7-8х классов 27.02.2019.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Продолжительность работы – 240 минут.

Максимальное количество баллов за тур – 100.

Каждая задача оценивается из 25 баллов.

Задача 1. Спутниковые тарелки в деревне

Вася учится на экономическом факультете НГУ. Летом на каникулы он приехал в свою родную деревню в Новосибирской области и обнаружил, что в деревне нет ни одной спутниковой тарелки! Предприимчивый Вася решил заняться бизнесом: закупить в Новосибирске спутниковые тарелки и с выгодой для себя продать их в родной деревне. Он опросил местных жителей и выяснил следующее:

- пенсионерка баба Маша любит смотреть сериалы и готова купить спутниковую тарелку, но может заплатить за нее не более 500 рублей;
- тракторист дядя Петя - ярый болельщик хоккея и футбола, тоже готов купить спутниковую тарелку, но готов заплатить за нее максимум 700 рублей;
- бизнесмен Николай Иванович хочет своей жене сделать приятное и готов отдать за спутниковую тарелку 1000 рублей, но не больше.

Других желающих купить спутниковые тарелки в деревне не нашлось, но Вася решил, что и в этом случае он в накладе не останется, если грамотно подойдет к вопросу о том, по какой цене продавать тарелки.

В Новосибирске Вася может закупить спутниковые тарелки по цене 300 рублей за одну тарелку. Доставка всех тарелок из Новосибирска в деревню обойдется ему в 200 рублей (эта сумма не зависит от количества тарелок). Опираясь на знания, полученные за время учебы, Вася рассматривает два варианта назначения цены:

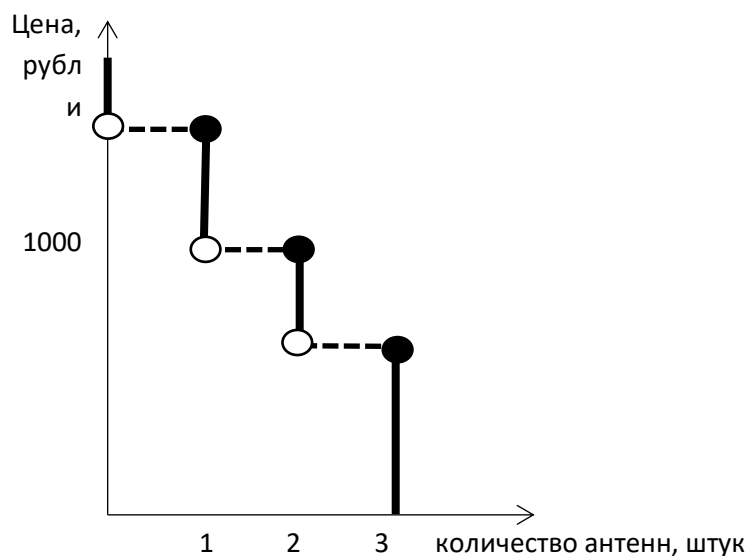
1. Установить для всех единую цену.
2. Предложить каждому покупателю такую цену, которую он готов заплатить за антенну, но со скидкой 10% (все-таки покупатели — это его односельчане!)

А) Нарисуйте график общего спроса жителей деревни на спутниковые антенны, т.е. график, который отражает зависимость между ценой товара и количеством товара, которое хотят и могут купить покупатели. По горизонтальной оси следует откладывать количество товара, а по вертикальной оси – цену товара. (При этом учтите, что покупатели готовы покупать только целое количество тарелок ☺)

Б) Помогите Васе определиться с выбором варианта назначения цены и рассчитайте, какую прибыль он сможет в этом случае получить.

Решение

А) График спроса жителей деревни на спутниковые антенны выглядит следующим образом:



Б) Рассмотрим каждый из вариантов назначения цены.

По первому варианту для всех покупателей устанавливается единая цена. Очевидно, для того, чтобы покупатели были готовы купить 3 антенны цена должна быть равна максимум 500 рублей, две антенны будут готовы купить максимум за 700 рублей, а 1 антенну максимум за 1000 рублей.

Сведём все информацию о возможных ценах в таблицу.

Цена	Количество антенн	Покупатели	Затраты (ТС)	Выручка (TR)	Прибыль (π)
500	3	пенсионерка, тракторист, бизнесмен	$3 \cdot 300 + 200 = 1100$	$3 \cdot 500 = 1500$	$1500 - 1100 = 400$
700	2	тракторист, бизнесмен	$2 \cdot 300 + 200 = 800$	$2 \cdot 700 = 1400$	$1400 - 800 = 600$
1000	1	бизнесмен	$1 \cdot 300 + 200 = 500$	$1 \cdot 1000 = 1000$	$1000 - 500 = 500$

Максимум прибыли (600 рублей) можно получить, если назначить цену 700 рублей, при этом будут проданы только две антенны.

По второму варианту каждому покупателю назначается своя цена

Покупатель	Максимальная цена, отражающая готовность оплатить товар	Цена с учетом скидки	Покупаемое количество	Расходы на закупку без учета доставки
пенсионерка	500	$500 \cdot 0,9 = 450$	1	300
тракторист	700	$700 \cdot 0,9 = 630$	1	300
бизнесмен	1000	$1000 \cdot 0,9 = 900$	1	300

Если Вася будет организовывать доставку, то ему независимо от количества антенн придется нести затраты в размере 200 рублей, поэтому решение о закупке антенн он принимает с учетом того, принесет ли ему дополнительная антенна прирост дохода. Ясно, что для бизнесмена антенну закупить нужно ($900 > 300$) и этот прирост дохода с лихвой покрывает даже все транспортные затраты. Для тракториста тоже следует купить антенну ($630 > 300$), для пенсионерки тоже ($450 > 300$).

Итак, общая выручка от продажи составит:

$$TR = 450 + 630 + 900 = 1980.$$

Затраты с учетом доставки:

$$TC = 300 \cdot 3 + 200 = 1100.$$

И тогда прибыль будет равна:

$$\pi = TR - TC = 1980 - 1100 = 880.$$

Получаем, что прибыль по второму варианту назначения цены будет выше (880 > 600).

Ответ

Васе следует выбрать второй вариант и назначать каждому покупателю свою цену. Его прибыль при этом составит 880 руб.

Критерии

За что ставить баллы	7-8 классы (25 баллов)
А) Построение функции спроса (по 3 балла за кусочек)	9 баллов
Б) Обсчет варианта с единой ценой <ul style="list-style-type: none">○ вывод о максимальных ценах (2 балла)○ расчет для каждого значения цены выручки, издержек и прибыли (6 баллов)○ значение единой цены (1 балл)	9 баллов
Б) Обсчет варианта с разными ценами <ul style="list-style-type: none">○ расчет цены для каждого покупателя (3 балла)○ расчет выручки, издержек и прибыли (3 баллов)	6 баллов
Итоговый вывод о выгодном варианте	1 балл

Задача 2. Производительность труда

Предприятие производило продукт X в двух цехах. Оборудование в первом цехе старое, изношенное, а во втором недавно установленное, современное. Поэтому производительность труда в первом цехе в 4 раза меньше, чем во втором, и на 60% меньше, чем средняя производительность труда на предприятии. При этом труд работников всех цехов оплачивался на основе единых сдельных расценок (сдельные расценки — размер оплаты труда за единицу продукции или за определенную операцию при сдельной оплате труда). Недавно предприятие закрыло первый цех, уволив всех работников этого цеха, а оставшимся работникам повысило сдельные расценки на четверть (при этом количество работников второго цеха и время их работы осталось прежним).

А) Как изменилась средняя производительность труда на предприятии после закрытия первого цеха?

Б) Как изменились затраты предприятия на оплату труда, если до увольнения сдельные расценки для всех работников были одинаковыми?

Решение вариант 1:

1. Для решения нужно определить долю занятых в каждом цехе.

Обозначим n — долю занятых в первом цехе, $(1 - n)$ — доля занятых во втором цехе, N — число занятых работников на всем предприятии, P_1 — производительность труда в первом цехе, P_2 — производительность труда во втором цехе. Тогда средняя производительность труда на предприятии (\bar{P}) определяется по формуле:

$$\bar{P} = \frac{Q_1 + Q_2}{N} = \frac{P_1 \cdot n \cdot N + P_2 \cdot (1 - n) \cdot N}{N} = P_1 \cdot n + P_2 \cdot (1 - n) \quad (*)$$

Формулу расчета производительности на предприятии как средневзвешенной производительности в цехах (*) выводить отдельно не обязательно. Можно пользоваться и готовой сразу.

Обозначим среднюю производительность труда на предприятии до закрытия первого цеха $\bar{P}^{(1)}$, а после его закрытия – $\bar{P}^{(2)}$.

По условию $P_2 = 4 \cdot P_1$, поэтому $\bar{P}^{(1)} = n \cdot P_1 + (1 - n) \cdot 4P_1 = P_1(4 - 3n)$.

Так как по условию $P_1 = 0,4 \cdot \bar{P}^{(1)}$, то

$$P_1 = 0,4 \cdot P_1(4 - 3n)$$

$$1 = 0,4(4 - 3n)$$

$$1,2n = 0,6$$

$$n = 0,5$$

То есть в первом цехе работала половина всех работников предприятия.

Тогда до увольнения средняя производительность труда на предприятии была равна (воспользуемся формулой (*), полученной ранее)

$$\bar{P}^{(1)} = 0,5 \cdot P_1 + 0,5 \cdot 4P_1 = 2,5P_1$$

А стала

$$\bar{P}^{(2)} = 4P_1$$

$$\bar{P}^{(2)} / \bar{P}^{(1)} = \frac{4}{2,5} = 1,6$$

Следовательно, производительность труда на предприятии увеличилась на 60%.

Ответ: увеличилась на 60%.

2. Пусть w – сдельные расценки до увольнения работников второго цеха. Тогда, используя полученные в п.1 результаты, расходы на заработную плату до увольнения составляли

$$W^{(1)} = w \cdot \bar{P}^{(1)} \cdot N = w \cdot 2,5P_1 \cdot N$$

После увольнения расходы на оплату труда составили

$$W^{(2)} = 1,25 \cdot w \cdot \bar{P}^{(2)} \cdot 0,5 \cdot N = 1,25 \cdot w \cdot 4P_1 \cdot 0,5 \cdot N$$

$$\frac{W^{(2)}}{W^{(1)}} = \frac{1,25 \cdot w \cdot 4P_1 \cdot 0,5 \cdot N}{w \cdot 2,5P_1 \cdot N} = 1$$

Ответ: расходы предприятия на оплату труда не изменились.

Решение вариант 2:

Обозначения

X - производительность труда в 1-м цехе ДО закрытия 1-го цеха

Y - производительность труда во 2-м цехе ДО закрытия 1-го цеха

$P_{ср}(1)$ – средняя производительность труда ДО закрытия 1-го цеха

$P_{ср}(2)$ – средняя производительность труда ПОСЛЕ закрытия 1-го цеха

W – расценки сдельной оплаты труда ДО закрытия 1-го цеха

Z(1) - расходы на оплату труда ДО закрытия 1-го цеха

Z(2) - расходы на оплату труда ПОСЛЕ закрытия 1-го цеха

А) Оценим изменение средней производительности труда.

	1 цех (старое оборудование)	2 цех (современное оборудование)	Предприятие
Производительность труда ДО закрытия 1-го цеха	$X=1/4 \cdot Y \Rightarrow$ $X=0,4 \cdot P_{ср}(1) \Rightarrow$	$Y=4 \cdot X$ $Y=4 \cdot 0,4 \cdot P_{ср}(1)=1,6 \cdot P_{ср}(1) \Rightarrow$	$P_{ср}(1)=Y/1,6=0,625 \cdot Y$ или $P_{ср}(1)=X/0,4=2,5 \cdot X$
Производительность труда ПОСЛЕ закрытия 1-го цеха	нет производства	$\Rightarrow Y$	$P_{ср}(2)=Y$

Находим отношение средних значений производительности труда ПОСЛЕ и ДО закрытий 1-го цеха.

$$P_{cp}(2) = 1,6 * P_{cp}(1)$$

$$\text{или}$$

$$\frac{P_{cp}(2)}{P_{cp}(1)} = 1,6$$

т.е. производительность труда выросла на 60%

Б) Оценим изменение расходов на заработную плату.

	1 цех (старое оборудование)	2 цех (современное оборудование)	Предприятие
Численность работников ДО закрытия 1-го цеха	A	B	(A+B)
Расходы на заработную плату ДО закрытия 1-го цеха	A*X*W	B*Y*W	Z(1)=(A+B)*P _{cp} (1)*W
Численность работников ПОСЛЕ закрытия 1-го цеха	нет работников	B	B
Расходы на заработную плату ПОСЛЕ закрытия 1-го цеха	нет расходов	B*Y*1,25*W	Z(2)=B*P _{cp} (2)*1,25*W

Находим отношение расходов на заработную плату ПОСЛЕ и ДО закрытий 1-го цеха.

$$\frac{Z(2)}{Z(1)} = \frac{B * P_{cp}(2) * 1,25 * W}{(A + B) * P_{cp}(1) * W} = \frac{B * 1,6 * P_{cp}(1) * 1,25 * W}{(A + B) * P_{cp}(1) * W} = \frac{B * 1,6 * 1,25}{(A + B)} = \frac{B * 2}{(A + B)}$$

Выведем соотношение численности работников в цехах, используя для этого баланс объема производимой продукции ДО закрытия первого цеха.

$$A * X + B * Y = (A + B) * P_{cp}(1)$$

$$A * X + B * 4 * X = (A + B) * 2,5 * X$$

$$A = B$$

Тогда отношение расходов на заработную плату будет описываться следующим соотношением:

$$\frac{Z(2)}{Z(1)} = \frac{B * 2}{(A + B)} = \frac{B * 2}{(B + B)} = 1$$

т.е. расходы на заработную плату не изменились.

Критерии оценивания по любому варианту

А) Оценка изменения средней производительности труда	15 баллов
Б) Оценка изменения расходов на заработную плату	10 баллов

Задача 3. Производство столов

Мебельная мастерская производила деревянные столы. Опилки, образующиеся в результате производства, мастерская тоже продавала, упаковывая в брикеты. Все опилки, возникающие при производстве одного стола, упаковывались в 3 брикета. Полгода назад мастерская прекратила производство столов ввиду отсутствия спроса как на столы, так и на опилки. Но на складе все еще хранятся 15 столов и 5 брикетов опилок, которые директор мастерской собирается утилизировать, чтобы освободить место для других целей. Утилизация обойдется в 1 тугрик за каждую утилизируемую единицу (стол или брикет опилок – не важно).

На днях к директору мастерской обратился директор детского спортивно-оздоровительного лагеря с предложением заключить договор на поставку некоторого количества комплектов из одного стола и одного брикета опилок (для выполнения договора имеющихся на складе столов недостаточно, поэтому их нужно произвести). Цена

комплекта 5 тугриков. Директор мебельной мастерской подсчитал, что после выполнения этого договора склад полностью освободится.

А) На поставку какого количества комплектов было предложено заключить договор?

Б) Стоит ли предприятию соглашаться на подписание договора, если:

- издержки производства столов (в тугриках) описываются функцией $TC(X) = 2X^2 + 9X + 10$, где X – количество столов, штук;
- упаковка одного брикета опилок стоит 1 тугрик (опилки *обязательно* упаковываются, даже для утилизации);
- никаких других покупателей столов и опилок нет и не будет;
- предполагается, что договор заключается однократно, и не продлевается.

Решение

А) На складе предприятия хранятся столы и брикеты с опилками, но, чтобы их было равное количество, не хватает 10 брикетов. Одновременно с производством одного стола «производится» 3 брикета опилок, то есть производится 1 комплект из стола и брикета и еще 2 брикета. Таким образом при производстве каждого стола нехватка брикетов с опилками сокращается на 2 брикета. Поэтому для того, чтобы выполнить договор и при этом на складе не было запасов ни столов, ни опилок нужно произвести $10/2 = 5$ столов (тот же ответ можно получить и путем перебора). Дальнейшее производство столов будет приводить только к наращиванию запасов брикетов с опилками на складе. Поэтому других вариантов ответа не может быть. Итого, предприятие сможет продать $15 + 5 = 20$ комплектов.

Ответ: 20 комплектов.

Б) При принятии решения о подписании (отклонении) договора должны учитываться все возможные доходы и издержки, которые мастерская получит и понесет в результате подписания договора, причем как явные, так и неявные. Затраты прошлых периодов (в данном случае на производство тех 15 столов и 5 брикетов с опилками, которые хранятся на складе) при принятии решения учитывать не нужно.

Функция производственных затрат с учетом того, что при производстве каждого стола нужно тратить 3 тугрика на упаковку опилок (3 брикета по 1 тугрику) выглядит следующим образом:

$$TC = 2X^2 + 9X + 3X + 10 = 2X^2 + 12X + 10$$

Таким образом, затраты мастерской, связанные с выполнением договора, равны $2 \cdot 5^2 + 12 \cdot 5 + 10 = 120$ тугриков. Доход составит $20 \cdot 5 = 100$ тугриков (явный доход). Таким образом, компания несет убыток в размере 20 тугриков.

Столько же придется потратить компании, если она решит отказаться от контракта и утилизировать имеющиеся остатки товаров. Таким образом, компании безразлично, соглашаться на контракт или нет.

Схема проверки

Критерии оценивания по пунктам	Баллы
А) - полный ответ с объяснением - правильный ответ с проверкой, но без обоснования единственности - только ответ	10 5 2
Б) - издержки производства столов + издержки упаковки опилок - выручка - прибыль - утилизация - ответ с объяснением	+3 +3 +3 +3 +3

Задача 4. Ошибка кассира

Кассир леспромхоза «Ёлки-Палки» должен был выдать под отчет завхозу некоторую сумму денег, описываемую в рублях четырехзначным числом, на покупку хозяйственного инвентаря. Но при выдаче денег он ошибся – перепутал местами первые две цифры и вторые две цифры, т.е. вместо суммы **ABCD** он выдал **CDAB**, где *A, B, C, D* – это цифры в записи суммы.

Завхоз понял, что получил лишние деньги, только истратив 350 рублей на покупку ведра и швабры. Он пересчитал оставшиеся после покупки деньги и с удивлением обнаружил, что этот остаток денег ровно в два раза превышает ту сумму, которая изначально была выделена на покупку хозяйственного инвентаря.

А) Какую сумму должен был выдать кассир завхозу?

Б) Честный завхоз вернул в кассу разницу между фактически полученной суммой и той суммой, которая изначально была ему выделена на покупку хозяйственного инвентаря. Какую сумму честный завхоз вернул в кассу леспромхоза?

Решение 1 (Л. Веселая)

1. Обозначим через *X* первые две цифры, а через *Y* вторые две цифры суммы, которую должен был выдать кассир. Тогда эту сумму можно записать так $(100 \cdot X + Y)$, а сумму, фактически выданную завхозу, как $(100 \cdot Y + X)$.

По условию задачи соотношение между этими двумя суммами описывается уравнением $(100 \cdot Y + X) - 350 = 2 \cdot (100 \cdot X + Y)$. (А)

Раскрыв скобки и сделав простейшие преобразования, получим уравнение с двумя неизвестными

$$98 \cdot Y - 199 \cdot X - 350 = 0.$$

Еще одно уравнение можно записать, учитывая баланс сотен рублей в названных суммах. Заметим, что, так как выданная сумма была больше, чем указанная в ведомости, то значит $Y > X$. Кроме того очевидно, что сумма $2 \cdot (100 \cdot X + Y)$ тоже остается четырехзначным числом, следовательно $X < 50$. При этом *X* и *Y* должны быть целыми числами.

Посчитаем число сотен рублей в левой части уравнения А: из числа сотен *Y* вычитаем сначала 3 (число сотен от 350), затем, поскольку при вычитании из $100 \cdot Y$ оставшихся 50 и прибавления *X*, которое меньше 50, фактически мы используем еще одну сотню, нужно вычесть 1: получаем $(Y - 3 - 1)$.

Число сотен в правой части уравнения А зависит от того, будет ли *Y* больше или меньше 50.

Пусть $Y < 50$, тогда число сотен справа в уравнении А равно $(2 \cdot X)$.

Получаем, что:

$$Y-4=2*X.$$

(B)

Решив систему (A) и (B), получаем $X=14$ и $Y=32$. Значит, кассир лесхоза должен был выдать завхозу 1432 рубля, а выдал 3214 рублей.

Теперь проверим, может ли Y быть больше 50. Если $Y>50$, тогда число сотен справа в уравнении A равно $(2*X+1)$.

Получаем, что:

$$Y-4=2*X+1.$$

(C)

Решив систему (A) и (C), получаем $X=140/3$. Найденное число не является целым, следовательно, этот X не может быть решением и Y не может быть больше 50.

2. Честный завхоз должен вернуть в кассу лесхоза $3214-1432=1782$ рубля.

Примечание. Задача является адаптацией задачи из книги Абчук В.А. Задачник по экономике. 300 бизнес-шансов. – СПб., «ДЕАН», 1999.

Ответ.

Кассир должен быть выдать завхозу 1432 рубля. Честный завхоз должен вернуть в кассу лесхоза 1782 рубля.

Критерии:

За что ставить баллы	7-8 классы (25 баллов)	9-10-11 классы (20 баллов)
За запись и обоснование условия A	10 баллов	8 баллов
За запись и обоснование условия B	8 баллов	6 балла
За запись и обоснование условия C	3 балла	2 балла
За решение системы	2 баллов	2 балла
За ответ	2 балла	2 балла

Решение 2 (Р. Шарыпов)

По условию

$$CDAB-350=2ABCD$$

$$1000C+100D+10A+B-350=2000A+200B+20C+2D$$

$$980C+98D-350=1990A+199B$$

$$98(10C+D)=199(10A+B)+350$$

$$98CD=199AB+350$$

$$CD = \frac{199AB + 350}{98}$$

$199AB+350$ должно нацело делиться на 98

Получается, что остаток от деления $199AB$ на 98 и остаток от деления 350 на 98 должны в сумме равняться 0 или 98.

Выделим в числе 350 часть, делящуюся на 98 нацело: $350=98*3+56$

Следовательно, $199AB$ при делении на 98 должно давать остаток 42 ($98-56$)

Чтобы $199AB$ давало в остатке 42, произведение остатков от деления 199 на 98 и AB на 98 должно равняться 42:

Действительно: число 199 можно представить как $199=2*98+3$, число AB представим как $AB=y*98+x$ (здесь y и x – целые числа).

Тогда

$$199AB = (2 \cdot 98 + 3) \cdot (k \cdot 98 + x) = 2 \cdot k \cdot 98 \cdot 98 + 2 \cdot x \cdot 98 + 3 \cdot k \cdot 98 + 3 \cdot x = (2 \cdot k \cdot 98 + 2 \cdot x + 3 \cdot k) \cdot 98 + 3 \cdot x,$$

то есть остаток от деления числа $199AB$ на 98 равен $3 \cdot x$.

Получаем: $3 \cdot x = 42$

$$x = 14$$

Получается остаток от деления числа AB на 98 равен 14

$$AB = 98 \cdot y + 14$$

AB – двузначное, следовательно, $y = 0$ (для любых других целых y получаем трехзначное число), тогда $AB = 14$

Если $AB = 14$, тогда $CD = 32$

Получаем

$$ABCD = 1432$$

$$CDAB = 3214$$

Завхоз должен вернуть 1782 .