

XXVI Межрегиональный экономический фестиваль школьников
«Сибиряда. Шаг в мечту».

Олимпиада по экономике для учащихся 11х классов 27.02.2019.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Продолжительность работы – 240 минут.

Максимальное количество баллов за тур – 100.

Каждая задача оценивается из 20 баллов.

Задача 1. Ёлочный базар в городке N

В середине декабря по всей стране открываются ёлочные базары. В маленьком городке N предновогодний спрос на ёлки описывается функцией $Q_D = 800 - 8 * P$, а предложение функцией $Q_S = -80 + 2 * P$, где Q – количество ёлок, штуки, а P – цена ёлки, рубли.

Муниципалитет решил порадовать жителей городка в праздник: было принято решение - закупить 20 ёлок по любой цене и раздать их тем, кто не смог купить ёлку к Новому году.

А) Определите, сколько всего ёлок было продано, и какую сумму пришлось выделить муниципалитету на покупку подарочных ёлок.

Б) После Нового года ревизионная комиссия произвела оценку эффективности расходования денежных средств и выяснила, что жители городка могли сами приобрести больше ёлок, если бы деньги, выделенные на закупку подарочных ёлок, целиком использовались на выплату субсидии покупателям ёлок (t рублей за каждую купленную ёлку). Определите ставку субсидии в расчете на одну ёлку, т.е. найдите значение t, и рассчитайте, какое количество ёлок могли бы в этом случае купить жители городка.

Решение

А) Муниципалитет закупает 20 ёлок при любой рыночной цене, следовательно, функция спроса меняется следующим образом:

$$Q_D = \begin{cases} 20, & P > 100 \\ 820 - 8 * P, & 0 \leq P \leq 100 \end{cases}$$

При цене 100 рублей за ёлку продавцы готовы продать $(-80 + 2 * 100 = 120)$ ёлок, а покупатели готовы купить только 20 ёлок, значит, на рынке установится цена ниже 100 рублей за ёлку.

Приравняем соответствующий участок функции спроса и функцию предложения:

$$\begin{aligned} -80 + 2 * P &= Q_S = Q_D = 820 - 8 * P; \\ P^* &= 90; \\ Q^* &= 100; \end{aligned}$$

Следовательно, муниципалитет выделил на закупку подарочных ёлок $20 * 90 = 1800$ рублей. Всего было продано 100 ёлок, в том числе 20 подарочных.

Б) Преобразуем функции спроса и предложения вида $Q=f(P)$ в обратные функции вида $P=f(Q)$.

Тогда функция спроса будет иметь вид $P_D = 100 - 0,125 * Q$, а функция предложения $P_S = 40 + 0,5 * Q$.

Общую сумму субсидии можно представить так: $t * Q = (P^S - P^D) * Q$.

Подставив соответствующие функции (P^S и P^D), получим уравнение:

$$\begin{aligned} ((40 + 0,5 * Q) - (100 - 0,125 * Q)) * Q &= 1800, \text{ или} \\ 0,625 * Q^2 - 60 * Q - 1800 &= 0. \end{aligned}$$

Решив это уравнение, получаем подходящее значение $Q=120$ ёлок.

Теперь несложно найти величину субсидии в расчете на одну елку. $\frac{1800}{120} = 15$ рублей.

Получается, что при субсидии в 15 рублей за каждую елку жители городка приобрели бы 120 елок.

Ответ

А) Продано 100 ёлок. Расходы муниципалитета на закупку подарочных елок – 1800 рублей.

Б) Субсидия в расчете на 1 елку – 15 рублей. Могло быть продано 120 ёлок.

Критерии

За что ставить баллы	9-10-11 классы (20 баллов)
А) Вывод о том, что равновесие будет при цене меньше 100	2 балла
Расчет равновесной цены	4 балла
Расчет расходов бюджета	2 балла
Б) Определение ставки субсидии	10 баллов
Определение количества елок	2 балла

Задача 2. Фуражки с налогом

Деревня Гадюкино расположена на правом и левом берегу реки Широкая. Мост через реку разрушился несколько лет назад, так что возможности перебраться с одного берега на другой нет. На левом берегу расположен леспромхоз «Ёлки-Палки», все работники которого получают одинаковую заработную плату. У работников леспромхоза обязательной летней униформой являются фуражки. Все остальные жители деревни фуражки принципиально не носят.

Предложение фуражек описывается функцией $Q_s = 0.5P - 5$ (Q – количество фуражек в неделю, десятков штук, P – цена, руб.), спрос – также линейная функция. Муниципальные власти ввели налог на продавцов фуражек по ставке $t = 10$ рублей с каждой проданной фуражки. Экономический советник главы муниципалитета утверждает, что зависимость налоговых поступлений от продажи фуражек от ставки налога описывается функцией $T = 16t - 0.4t^2$, $t < 40$, где T – общая сумма налоговых поступлений (десятки рублей), t – налоговая ставка (руб.).

А) Определите, в какой пропорции распределилось налоговое бремя между продавцами и покупателями фуражек.

Б) Зимой река Широкая замерзла, и часть жителей правобережья переехали на левый берег, устроились на работу в леспромхоз и теперь получают такую же зарплату, как и другие его работники. В результате число работников в леспромхозе увеличилось на четверть. На сколько (рублей) изменились доходы бюджета Гадюкино от налога на продавцов фуражек, если предпочтения всех работников леспромхоза, в том числе и вновь нанятых, одинаковы?

В) Повлиял ли переезд работников (в пункте Б) на распределение налогового бремени между продавцами и покупателями? Если вы считаете, что распределение налогового бремени изменилось, то в чью пользу? Любой ваш ответ поясните, используя экономическую теорию.

Решение

А) Чтобы ответить на вопрос о распределении налогового бремени, нужно знать исходную равновесную цену (P_e), цену, которую платят покупатели фуражек (P_D) и цену, которую получают продавцы (P_S) после введения налога.

Так как $T = t \cdot Q$, то зависимость объема продаж от налоговой ставки может быть получена

$$Q = \frac{T}{t} = \frac{16t - 0.4t^2}{t} = 16 - 0.4t.$$

До введения налога $t = 0$, поэтому $Q = 16$ десятков фуражек. Подставляем данное значение в функцию предложения и находим равновесную цену: $16 = 0.5P - 5 \Rightarrow P_e = 42$.

После введения налога $t = 10$ объем продаж $Q = 16 - 0.4 \cdot 10 = 12 \rightarrow$ подставим в функцию предложения и получаем цену продавцов $12 = 0.5P_S - 5 \rightarrow P_S = 34 \rightarrow P_D = 34 + 10 = 44$. Таким образом, цена покупателей повысилась на $44 - 42 = 2$ руб., и цена продавцов сократилась на $42 - 34 = 8$ рублей. Следовательно, доля налогового бремени покупателей в общей сумме собранного налога $2/10 = 0,2$ или **20% налогового бремени легло на покупателей, а 80% на продавцов (или 1:4)**.

Аналогичный результат можно получить, если найти отношение эластичностей предложения и спроса (перед этим найдя функцию спроса, как показано ниже).

Б) После переезда работающих жителей правобережья число покупателей возросло на четверть, при этом доходы и предпочтения всех покупателей одинаковы. Следовательно, объем спроса возрастет на четверть при каждом уровне цены. Поэтому для ответа на второй вопрос нужно знать исходную функцию спроса. Из решения пункта 1) мы уже знаем координаты двух ее точек – равновесной ($Q=16, P_e=42$) и после введения налога ($Q=12, P_D = 44$). Так как функция линейная, этого достаточно, чтобы восстановить ее вид: $Q_D = 100 - 2P$. Возросший спрос описывается функцией $Q_D^{(1)} = 1.25 \cdot (100 - 2P) = 125 - 2.5P$. Тогда после введения налога:

$$10 = P_D - P_S = (50 - 0.4Q) - (2Q + 10) = 40 - 2.4Q \rightarrow Q = 12.5$$

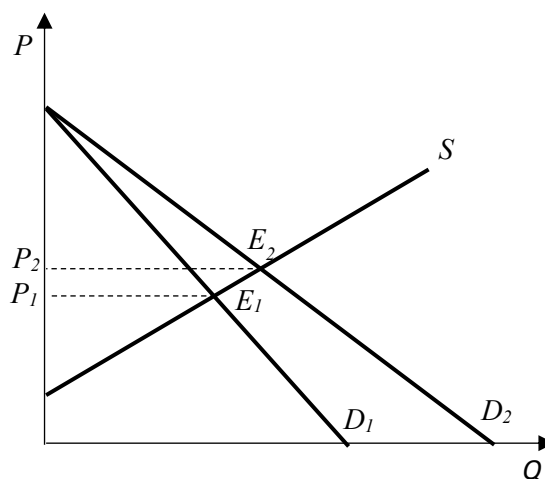
То есть продается $12,5 \cdot 10 = 125$ фуражек в неделю.

$$T = t \cdot Q = 10 \cdot 125 = 1250$$

До введения налога налоговые поступления составляли $T = 16 \cdot 10 - 0.4 \cdot 10^2 = 120$ десятков рублей, то есть 1200.

Ответ: налоговые поступления возросли на 50 рублей.

В) Пропорция распределения налогового бремени изменилась, поскольку она зависит от соотношения эластичностей спроса и предложения в точке исходного равновесия. В новой точке равновесия E_2 соотношение эластичностей иное, чем в E_1 . При более высокой цене P_2 эластичность спроса возрастает (очевидно, если для расчета эластичности использовать формулу отрезков), а эластичность предложения при росте цены и линейной функции предложения, исходящей из оси цены, уменьшается. Последнее легко показать. Если функция предложения $P = a + bQ$, то $E_S^P = \frac{P}{P-a}$. Для функции предложения данной задачи $a > 0$. Если поделить числитель и знаменатель на P , то $E_S^P = \frac{1}{1-a/P}$. Очевидно, что если цена растет, то коэффициент эластичности предложения уменьшается.



Можно и посчитать эластичность спроса и предложения в каждой точке равновесия. В исходной точке равновесия $E_D^P = -2 \cdot \frac{42}{16} = -5.25$, $E_S^P = 0.5 \cdot \frac{42}{16} = 1.3125$. В точке равновесия E_2 и $P_2 = 43\frac{1}{3}$, $Q_2 = 16\frac{2}{3}$. $\rightarrow E_D^P = -2.5 \cdot \frac{130}{50} = -6.5$, $E_S^P = 0.5 \cdot \frac{130}{50} = 1.3$.

Вывод: если эластичность спроса растёт, а предложения уменьшается, **то налоговое бремя перераспределяется в пользу продавцов (то есть на них ложится еще бóльшая доля налога)**.

Можно провести расчеты распределения налогового бремени стандартным способом и таким образом определить в чью пользу перераспределился налоговое бремя. Тогда $P_e = P_2 = 43\frac{1}{3}$, $P_D = 45$, $P_S = 35$, то есть 16,7% налогового бремени ляжет на покупателей (то есть меньше, чем прежде), 83,3% налогового бремени ляжет на продавцов (то есть больше, чем прежде). Но объяснить такое перераспределение все равно необходимо.

Схема проверки

За что ставить баллы	11 класс (20 баллов)
А) Определение исходной точки равновесия	3
Определение цены покупателя и продавца после введения налога	3
Распределение налогового бремени	1
Б) Определение новой функции спроса	3
Определение объема продаж (при действующем налоге)	3
Изменение налоговых поступлений	1
В) За любое правильное объяснение изменения распределения налогового бремени и ответ	6

Задача 3. Ошибка кассира

Кассир леспромхоза «Ёлки-Палки» должен был выдать под отчет завхозу некоторую сумму денег, описываемую в рублях четырехзначным числом, на покупку хозяйственного инвентаря. Но при выдаче денег он ошибся – перепутал местами первые две цифры и вторые две цифры, т.е. вместо суммы **ABCD** он выдал **CDAВ**, где А, В, С, D – это цифры в записи суммы.

Завхоз понял, что получил лишние деньги, только истратив 350 рублей на покупку ведра и швабры. Он пересчитал оставшиеся после покупки деньги и с удивлением обнаружил, что этот остаток денег ровно в два раза превышает ту сумму, которая изначально была выделена на покупку хозяйственного инвентаря.

А) Какую сумму должен был выдать кассир завхозу?

Б) Честный завхоз вернул в кассу разницу между фактически полученной суммой и той суммой, которая изначально была ему выделена на покупку хозяйственного инвентаря. Какую сумму честный завхоз вернул в кассу леспромхоза?

Решение 1 (Л. Веселая)

1. Обозначим через X первые две цифры, а через Y вторые две цифры суммы, которую должен был выдать кассир. Тогда эту сумму можно записать так $(100 \cdot X + Y)$, а сумму, фактически выданную завхозу, как $(100 \cdot Y + X)$.

По условию задачи соотношение между этими двумя суммами описывается уравнением $(100 \cdot Y + X) - 350 = 2 \cdot (100 \cdot X + Y)$. (А)

Раскрыв скобки и сделав простейшие преобразования, получим уравнение с двумя неизвестными

$$98 \cdot Y - 199 \cdot X - 350 = 0.$$

Еще одно уравнение можно записать, учитывая баланс сотен рублей в названных суммах. Заметим, что, так как выданная сумма была больше, чем указанная в ведомости, то значит $Y > X$. Кроме того очевидно, что сумма $2 \cdot (100 \cdot X + Y)$ тоже остается четырехзначным числом, следовательно $X < 50$. При этом X и Y должны быть целыми числами.

Посчитаем число сотен рублей в левой части уравнения А: из числа сотен Y вычитаем сначала 3 (число сотен от 350), затем, поскольку при вычитании из $100 \cdot Y$ оставшихся 50 и прибавления X , которое меньше 50, фактически мы используем еще одну сотню, нужно вычесть 1: получаем $(Y - 3 - 1)$.

Число сотен в правой части уравнения А зависит от того, будет ли Y больше или меньше 50.

Пусть $Y < 50$, тогда число сотен справа в уравнении А равно $(2 \cdot X)$.

Получаем, что:

$$Y - 4 = 2 \cdot X. \quad (B)$$

Решив систему (А) и (В), получаем $X = 14$ и $Y = 32$. Значит, кассир лесхоза должен был выдать завхозу 1432 рубля, а выдал 3214 рублей.

Теперь проверим, может ли Y быть больше 50. Если $Y > 50$, тогда число сотен справа в уравнении А равно $(2 \cdot X + 1)$.

Получаем, что:

$$Y - 4 = 2 \cdot X + 1. \quad (C)$$

Решив систему (А) и (С), получаем $X = 140/3$. Найденное число не является целым, следовательно, этот X не может быть решением и Y не может быть больше 50.

2. Честный завхоз должен вернуть в кассу лесхоза $3214 - 1432 = 1782$ рубля.

Примечание. Задача является адаптацией задачи из книги Абчук В.А. Задачник по экономике. 300 бизнес-шансов. – СПб., «ДЕАН», 1999.

Ответ.

Кассир должен был выдать завхозу 1432 рубля. Честный завхоз должен вернуть в кассу лесхоза 1782 рубля.

Критерии:

За что ставить баллы	7-8 классы (25 баллов)	9-10-11 классы (20 баллов)
За запись и обоснование условия А	10 баллов	8 баллов
За запись и обоснование условия В	8 баллов	6 балла
За запись и обоснование условия С	3 балла	2 балла
За решение системы	2 баллов	2 балла
За ответ	2 балла	2 балла

Решение 2 (Р. Шарыпов)

По условию

$$CDAB-350=2ABCD$$

$$1000C+100D+10A+B-350=2000A+200B+20C+2D$$

$$980C+98D-350=1990A+199B$$

$$98(10C+D)=199(10A+B)+350$$

$$98CD=199AB+350$$

$$CD = \frac{199AB + 350}{98}$$

$199AB+350$ должно нацело делиться на 98

Получается, что остаток от деления $199AB$ на 98 и остаток от деления 350 на 98 должны в сумме равняться 0 или 98.

Выделим в числе 350 часть, делящуюся на 98 нацело: $350=98*3+56$

Следовательно, $199AB$ при делении на 98 должно давать остаток 42 ($98-56$)

Чтобы $199AB$ давало в остатке 42, произведение остатков от деления 199 на 98 и AB на 98 должно равняться 42:

Действительно: число 199 можно представить как $199=2*98+3$, число AB представим как $AB=y*98+x$ (здесь y и x – целые числа).

Тогда

$$199AB=(2*98+3)*(k*98+x)=2*k*98*98+2*x*98+3*k*98+3*x=(2*k*98+2*x+3*k)*98+3*x,$$

то есть остаток от деления числа $199AB$ на 98 равен $3*x$.

$$\text{Получаем: } 3*x=42$$

$$x=14$$

Получается остаток от деления числа AB на 98 равен 14

$$AB=98*y+14$$

AB – двузначное, следовательно, $y=0$ (для любых других целых y получаем трехзначное число), тогда $AB=14$

$$\text{Если } AB=14, \text{ тогда } CD=32$$

Получаем

$$ABCD=1432$$

$$CDAB=3214$$

Завхоз должен вернуть 1782.

Задача 4. Центробанк оживляет экономику

Экономическая рецессия длится в экономике уже год. За это время число безработных удвоилось.

Для оживления экономики Центральный банк сократил ставку рефинансирования (учетную ставку) с 14% до 7%, вследствие чего коммерческие банки увеличили заимствования в Центральном банке. В банковской системе поэтому возникли избыточные резервы, величина которых составила 20% от суммы обязательных резервов, имевшихся на момент обращения коммерческих банков в Центробанк.

По оценкам экспертов, результатом такой политики Центробанка может стать оживление производства и сокращение численности безработных в следующем году на 30%. Если прогнозы экспертов верны, какая инфляция будет сопровождать прогнозируемое оживление экономики? При ответе на вопрос учитывайте следующую информацию:

- до начала кризиса уровень безработицы был равен естественному, который составляет 5% и не изменяется;

- численность экономически активного населения на протяжении всего периода (до кризиса, во время него и далее, в течение прогнозируемого периода оживления) остается неизменной;
- норма обязательного резервирования Центробанка равна 10% и не меняется;
- скорость обращения денег в экономике не меняется;
- коэффициент Оукена равен 2;
- деньги в экономике обращаются только в виде безналичных средств, коммерческие банки не держат резервов сверх обязательных.

Решение:

Прогнозируемый уровень инфляции в данном случае может быть определен с использованием уравнения обмена (формулы Фишера) $MV = PY$, или для темпов роста $I_M I_V = I_P I_Y$. Темп изменения скорости обращения денег по условию равен 1, поэтому $I_P = I_M / I_Y$.

Определим изменение денежной массы I_M . Так как в экономике нет наличных денег, и коммерческие банки держат резервы только в размере обязательных, то избыточные резервы, возникшие в банковской системе, будут использованы для выдачи кредитов, и денежная масса в результате увеличится на $\Delta M = m \cdot \Delta RE_{\text{избыт}} = \frac{1}{r_e} \cdot \Delta RE_{\text{избыт}}$

По условию $\Delta RE_{\text{избыт}} = 0.2 RE_{\text{обязат}} = 0.2 \cdot 0.1 \cdot M_0 = 0.02 M_0$ (так как если нет наличных денег, то денежная масса равна массе депозитов $M=D$).

$$M_1 = M_0 + \frac{1}{0.1} \cdot 0.02 \cdot M_0 = M_0(1 + 10 \cdot 0.02) = 1.2 M_0 \rightarrow I_M = 1.2$$

Определим изменение выпуска Y .

До начала кризиса уровень безработицы был равен 5%, а выпуск равен потенциальному Y^* . Так как в результате кризиса число безработных удвоилось, а численность рабочей силы не изменилась (по условию), то уровень безработицы также удвоился и стал равен 10%, а уровень циклической (конъюнктурной) безработицы равен 5%. Тогда по закону Оукена

$$\frac{Y_1 - Y^*}{Y^*} = -2 \cdot 0.05 = -0.1 \rightarrow \frac{Y_1}{Y^*} - 1 = -0.1 \rightarrow \frac{Y_1}{Y^*} = 0.9$$

где Y_1 – выпуск после года рецессии.

В результате политики ЦБ ожидается сокращение численности безработных на 30%: $U_2 = 0.7 \cdot U_1$

$U_1 = 0.1 \cdot L$, где L – численность рабочей силы. Следовательно, $U_2 = 0.7 \cdot 0.1 \cdot L = 0.07L$, то есть уровень фактической безработицы равен 7%, а уровень циклической безработицы равен $7 - 5 = 2\%$. Тогда

$$\frac{Y_2 - Y^*}{Y^*} = -2 \cdot 0.02 = -0.04 \rightarrow \frac{Y_2}{Y^*} - 1 = -0.04 \rightarrow \frac{Y_2}{Y^*} = 0.96$$

где Y_2 – прогнозируемый выпуск.

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{0.96}{0.9} = \frac{16}{15}$$

$$I_P = \frac{I_M}{I_Y} = 1.2 \div \frac{16}{15} = \frac{6}{5} \div \frac{16}{15} = \frac{9}{8} = 1.125$$

Ответ: инфляция составит 12.5% за год

Критерии оценивания

За что ставить баллы	11 класс (20 баллов)
Изменение денежной массы ΔM	5
Темп роста (индекс) денежной массы I_M	3
Темп роста дохода (ВВП) I_Y	8
Темп роста (индекс) цен I_p	3
Ответ	1

Задача 5. Прибыль vs. экология

Предприятие «Фабрика электроники» выпускает два товара – смартфоны и планшеты. Предприятие располагает двумя цехами. Первый цех оснащен не самым современным, но эффективным оборудованием, а во втором цехе недавно установлено новейшее экологичное оборудование.

В первом цехе максимальный дневной выпуск составляет либо 20 смартфонов, либо 40 планшетов, во втором цехе – либо 60 смартфонов, либо 80 планшетов. Альтернативные стоимости производства каждого из товаров в каждом из цехов постоянны.

Производство каждого товара сопровождается вредными для окружающей среды выбросами. Производство одного смартфона в первом цехе сопровождается выбросами 8 условных единиц загрязняющих веществ (далее – просто единицы загрязнения, ЕЗ), а производство одного планшета – выбросами 4 ЕЗ. Производство же смартфона во втором цехе приводит к выбросам только 3 ЕЗ, а планшета – 2 ЕЗ.

Примечание: для упрощения решения задачи будем считать, что все товары и ЕЗ бесконечно делимые.

А) Постройте кривую производственных возможностей (КПВ) предприятия и задайте её функционально.

Б) Из-за плохой экологической ситуации город установил всем предприятиям квоты на ежедневные выбросы загрязняющих веществ. Для «Фабрики электроники» максимально допустимый уровень ежедневных выбросов составил 320 ЕЗ. Покажите на графике, как изменится КПВ предприятия, и содержательно объясните причины этого изменения.

В) Рассчитайте, какое максимальное количество планшетов может произвести предприятие при одновременном выпуске 36 смартфонов и при действующей квоте на загрязнение (как в пункте Б)? Как при этом будут использоваться мощности предприятия?

Г) В рамках акции «Дети – наше будущее!» предприятие готово поставить подшефной школе все планшеты, произведенные в течение одного рабочего дня, по себестоимости. Однако, от производства смартфонов оно отказываться не собирается и стремится получить максимальную прибыль даже в этой ситуации. Какое максимальное количество планшетов может поставить «Фабрика электроники» школе, и какую выручку оно может за них получить, если:

- ежедневный спрос на смартфоны, производимые на предприятии, задаётся функцией $P_c = 40 - 0.5Q_c$ (P_c – цена смартфона, тыс. руб., Q_c – количество смартфонов в день, шт.);
- удельные расходы на производство смартфонов и планшетов не зависят от объемов их производства и в первом цехе составляют соответственно 2 и 1 тыс. руб. на единицу товара, во втором – 4 и 3 тыс. руб;
- квота на загрязнение продолжает действовать.

Д) Сравните ваш ответ на вопрос о количестве выпускаемых планшетов в п.4 с ответом на аналогичный вопрос в п.3 и объясните причину их совпадения или несовпадения.

Решение

А) Для удобства анализа и построения исходной КПВ подготовим таблицу по исходным данным задачи.

	Максимальное количество смартфонов	Максимальное количество планшетов	Альтернативная стоимость одного смартфона	Альтернативная стоимость одного планшета	Сравнительные преимущества
1 цех	20	40	2 планшета	0,5 смартфона	планшеты
2 цех	60	80	4/3 планшета	0,75 смартфона	смартфоны
ВСЕГО	80	120			

Обозначим количество смартфонов, как Q_c , а планшетов как Q_n .

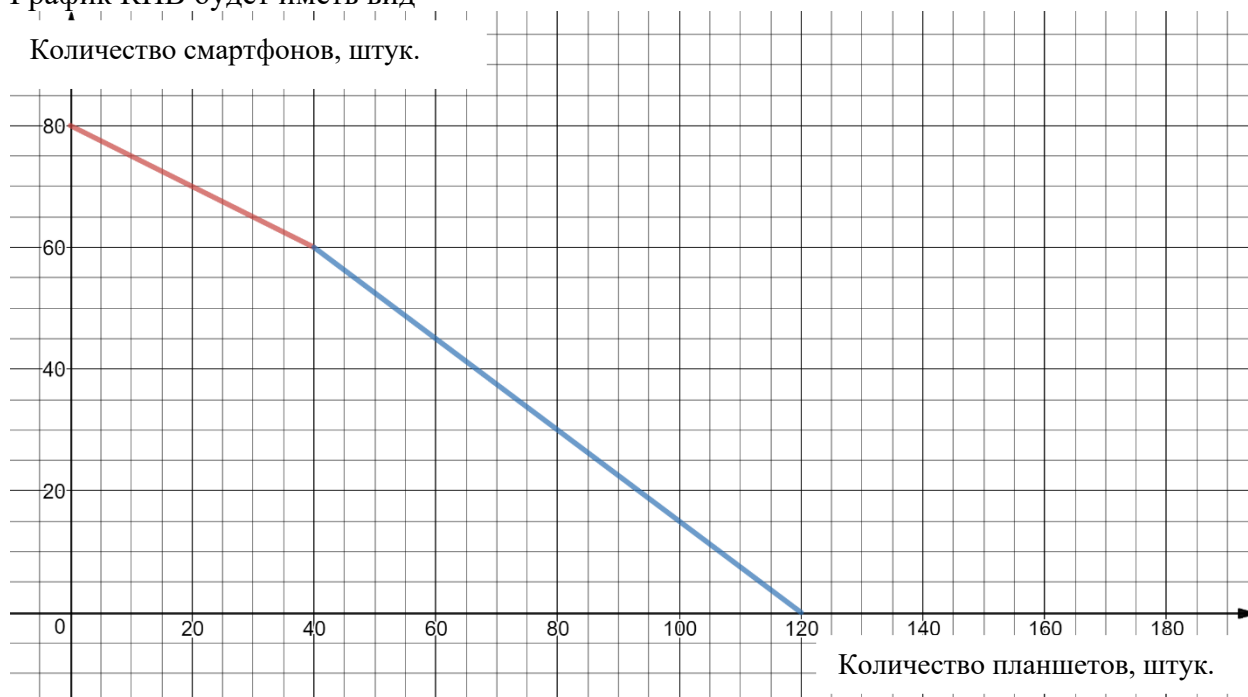
Тогда функция КПВ может быть записана так:

$$\begin{cases} Q_n = 120 - 4/3 Q_c, & 0 \leq Q_c \leq 60 \\ Q_n = 160 - 2 Q_c, & 60 \leq Q_c \leq 80 \end{cases}$$

или так:

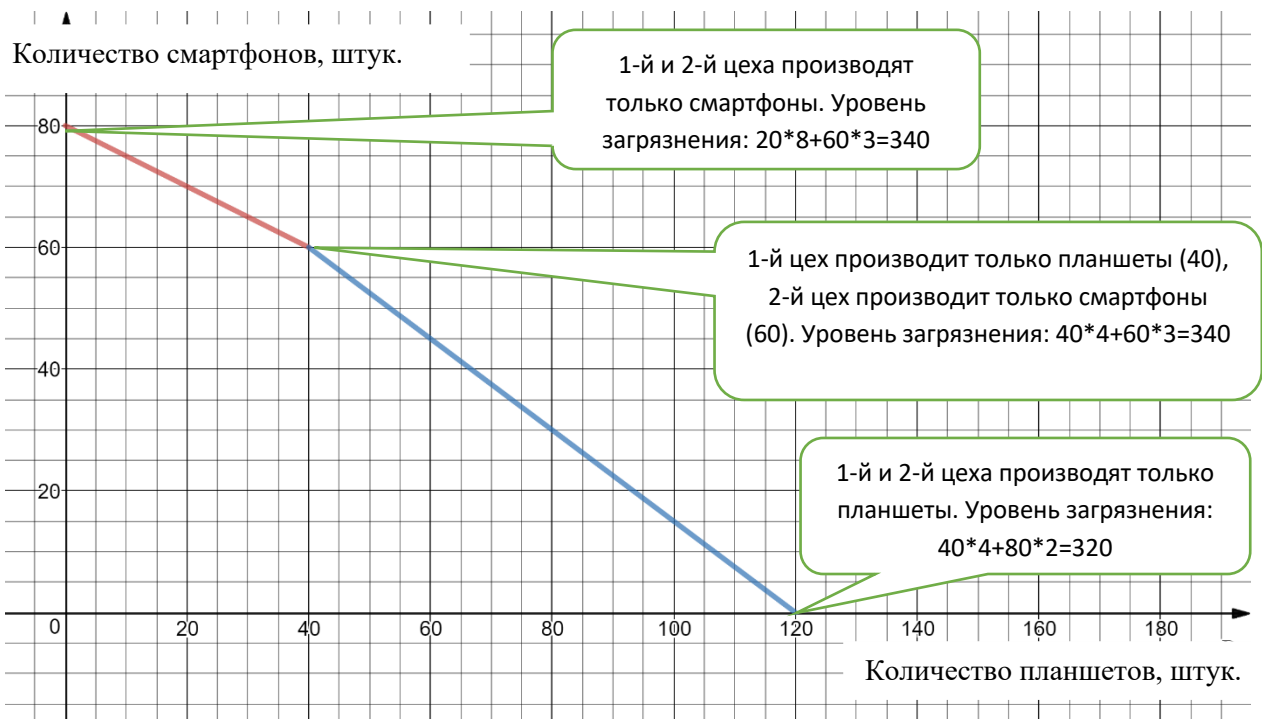
$$\begin{cases} Q_c = 80 - 0.5 Q_n, & 0 \leq Q_n \leq 40 \\ Q_c = 90 - 0.75 Q_n, & 40 \leq Q_n \leq 120 \end{cases}$$

График КПВ будет иметь вид



Верхний красный участок соответствует ситуации, когда второй цех производит только смартфоны, а первый – смартфоны и планшеты. Нижний синий участок: первый цех производит только планшеты, а второй – смартфоны и планшеты.

Б) До введения квоты на загрязнение предприятие осуществляло выбросы, не принимая в расчет величину этих выбросов. Для наглядности покажем величину выбросов при условии полной специализации цехов на границе КПВ.



Итак, если бы предприятие производило только планшеты, то введение квоты в 320 ЕЗ никак не сказалось бы на его деятельности. Но если оно начинает производить смартфоны, оставаясь при этом на исходной КПВ, то уровень загрязнения начинает превышать установленную квоту.

Проанализируем, как должно действовать предприятие, если оно приступает к производству смартфонов, но должно оставаться в рамках установленной квоты по выбросам.

Если оно начнет выпуск смартфонов в первом цехе, то при производстве каждого смартфона производство планшетов сокращается на 2 штуки. При этом величина выбросов не меняется (остается в пределах квоты), так как выпуск одного смартфона увеличивает загрязнение на 8 ЕЗ, но сокращение производства планшетов на 2 штуки ведет к сокращению загрязнения на $(2 \cdot 4 = 8)$ ЕЗ.

Если начать выпуск смартфонов во втором цехе, то производство каждого смартфона увеличивает загрязнение на 3 ЕЗ, при этом количество планшетов сокращается на $4/3$ смартфона, а поэтому количество выбросов от производства планшетов сократится на $4/3 \cdot 2 = 8/3$. Так как $8/3 < 3$, то в итоге величина выбросов возрастает и превысит квоту.

Чтобы остаться в рамках квоты надо еще уменьшить производство планшетов и лучше это сделать там, где их производство сопровождается большими выбросами, т.е. в 1 цехе. Рассчитаем, насколько надо снизить производство в первом цехе, чтобы оставаться в рамках квоты. За счет сокращения производства планшетов в 1 цехе нам надо компенсировать $(3 - 8/3) = 1/3$ ЕЗ, а это соответствует снижению выпуска планшетов на $1/12$. Это число мы находим из пропорции $(1/3 = x \cdot 4)$, где x – это количество планшетов, от производства которых следует отказаться дополнительно в 1 цехе, чтобы остаться в рамках квоты.

Итак, увеличение производства смартфонов во втором цехе на единицу будет сопровождаться снижением количества планшетов на $(4/3 + 1/12 = 17/12)$ штук. Заметим, что эта пропорция постоянна.

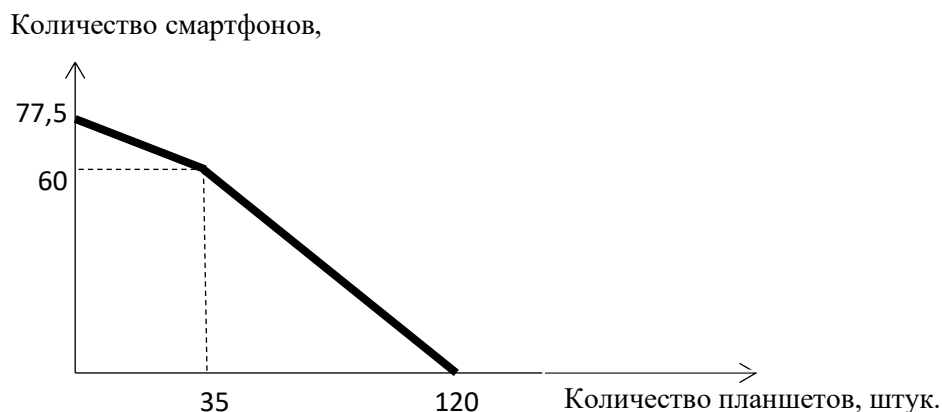
Если решается вопрос, где делать смартфоны, то ответ очевиден – во втором цехе, так как $17/12 < 2$, т.е. при производстве смартфонов во втором цехе производство планшетов снижается в меньшей степени.

Соответственно выпустив во втором цехе 60 смартфонов, предприятие должно сократить количество планшетов на $(17/12 \cdot 60 = 85)$ штук. Значит, оно сможет произвести максимум $(120 - 85 = 35)$ планшетов. Поскольку пропорция замещения смартфонов планшетами

постоянна, то первый полученный участок новой КПВ является прямой линией (нижний участок на рисунке ниже).

Дальнейшее увеличение количества выпускаемых смартфонов будет идти за счет первого цеха – уменьшая производство планшетов на 2 штуки, предприятие выпускает 1 смартфон, чтобы оставаться в рамках квоты по загрязнению. Пропорция замещения одного товара другим также постоянна, поэтому всего в первом цехе можно произвести $(35/2=17,5)$ смартфонов, а второй участок КПВ – также прямая линия.

Новая КПВ с учетом квоты на загрязнение будет иметь вид:



В) Если предприятию нужно выпустить 36 смартфонов, то оно будет их выпускать во втором цехе, при этом оно может выпустить максимум $(120-36*17/12=69)$ планшетов, из них 37 в первом цехе и 32 во втором. Все 36 смартфонов производятся во втором цехе.

Г) Главная цель у предприятия – максимизация прибыли, а потом уже участие в акции. Поэтому предприятие должно решить, какие ресурсы оно будет задействовать на производство смартфонов, так как только смартфоны приносят ему прибыль.

Прирост прибыли предприятия от производства смартфонов можно оценить, сопоставляя его предельный доход (MR) и предельные издержки (MC).

По условию ежедневный спрос на смартфоны описывается функцией $P_c = 40 - 0.5Q_c$, следовательно его предельный доход от производства смартфонов будет описываться функцией $MR = 40 - Q_c$

Предельные издержки производства смартфонов в первом цехе равны 2 тыс. рублей ($MC_1 = 2$), а во втором цехе 4 тыс. рублей ($MC_2 = 4$).

Так как в первом цехе предельные издержки меньше, то предприятие именно там начнет и будет наращивать производство, пока $MR > MC$.

Однако мощности первого цеха ограничены и, даже полностью загрузив его производством смартфонов (20 штук), предприятие не выходит на максимум прибыли. Оно может наращивать прибыль, начав производство и во втором цехе. С учетом загрузки первого цеха предельный доход теперь описывается функцией: $40 - (20 + Q_{c2}) = 20 - Q_{c2}$, где Q_{c2} – объем производства смартфонов во втором цехе. Пока предельный доход будет больше предельных издержек, предприятие будет наращивать производство смартфонов во втором цехе. Максимум прибыли можно найти, в данном случае, приравняв MR и MC. Решив уравнение $(20 - Q_{c2}) = 4$, получаем что $Q_{c2} = 16$, а с учетом загруженности первого цеха $Q_{c1} = 20$, находим общий объем производства смартфонов, обеспечивающий предприятию максимум прибыли. $Q_c = 36$.

Теперь следует оценить, сколько планшетов может произвести предприятие в этих условиях. Для этого нужно проверить два ограничения – по мощности второго цеха и по квоте на загрязнение. Во втором цехе предприятие еще могло бы произвести $(80-16*4/3=176/3 \approx 58,6)$, т.е. 58 смартфонов. (Так работает ограничение по мощности второго цеха).

Чтобы оценить действие ограничения по квоте на загрязнение посчитаем выбросы загрязняющих веществ при производстве смартфонов $20 * 8 + 16 * 3 = 208$ ЕЗ. Остаток

по квоте $320 - 208 = 112$ ЕЗ. Отсюда следует, что мы можем произвести планшеты в количестве $\frac{112}{2} = 56$ штук. (Так сработает ограничение по квоте). Принимая во внимание эти два ограничения можно сделать вывод, что предприятие за день сможет выпустить не более 56 планшетов, предлагая их школе по себестоимости. За поставляемые планшеты предприятие сможет получать $56 \cdot 3 = 168$ тыс. рублей.

Д) И в ситуации, описанной в пункте 3 и в пункте 4. предприятие выпускает одинаковое количество смартфонов, однако количество планшетов существенно различается. В условиях эффективного использования ресурсов, обеспечивающих максимально возможный объем производства с учетом квоты на загрязнение предприятие готово произвести 69 планшетов, используя для этого в первую очередь первый цех. Если же ставится цель максимизация прибыли, то в этих условиях предприятие задействует первый цех на выпуск смартфонов, которые приносят прибыль, но их производство сопряжено со значительными выбросами загрязняющих веществ, при этом производство планшетов хотя и осуществляется в самом «чистом» цехе, но его мощности используются не самым лучшим образом. При этом планшетов производится всего 56 штук, и предприятие не выходит на границу производственных мощностей с учетом квоты на загрязнение. (Количество выпускаемых планшетов снизилось на 13 штук.)

Ответ

А) см. Решение

Б) см. Решение

В) При производстве 36 смартфонов предприятие сможет произвести максимум 69 планшетов.

Г) Максимизируя прибыль от производства смартфонов, предприятие сможет произвести максимум 56 планшетов и получить от школ 168 тыс. рублей.

Д) Количество планшетов по сравнению с п.1 уменьшится на 13 штук, Максимизируя прибыль, предприятие не выходит на границу производственных возможностей, так как изменение целей приводит к изменению представлений об эффективности использования ресурсов с точки зрения предприятия.

Критерии.

За что ставить баллы	11 класс (20 баллов)
А) Первая КПВ <ul style="list-style-type: none"> ○ за КПВ ○ за функциональную запись 	2 балла 2 балла
Б) КПВ с загрязнением <ul style="list-style-type: none"> ○ за новую КПВ ○ за объяснения 	3 балла 2 балла
В) <ul style="list-style-type: none"> ○ Расчет количества планшетов ○ Определение загрузки цехов 	2 балла 2 балла
Г) <ul style="list-style-type: none"> ○ Расчет количества смартфонов, максимизирующего прибыль (1 балл снимается при отсутствии проверки достаточного условия максимума прибыли) ○ Определение количества планшетов ○ Расчет выручки от продажи планшетов 	2 балла 3 балла 1 балл
Д) Вывод о причинах несовпадения	1 балл