

«Сибиряда. Шаг в мечту»
г. Бердск, 25 февраля — 1 марта 2014 г.

10-й класс

Задачи

Дата написания	26 февраля 2014 г.
Количество заданий	5
Сумма баллов	100
Время написания	150 минут

*Необходимо привести полное и обоснованное решение всех заданий.
Решение должно содержать четкую аргументацию, без лишних рассуждений.*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Решения заданий выполняются на отдельном бланке.

Задача № 1. «Жульен из мухоморов»**(20 баллов)**

В Царстве лесных гномов ни одно праздничное застолье не обходится без жульена из мухоморов, который можно купить только в тавернах, где его готовят специально обученные повара по старинным рецептам, которые держатся в строжайшем секрете. Таверны работают в условиях рынка совершенной конкуренции, спрос и предложение на котором представлены линейными функциями.

Король гномов Урфин IV, фанатичный сторонник здорового образа жизни, решил ограничить потребление населением этих грибов, полагая, что такая традиция уже не первое столетие не лучшим образом сказывается на здоровье гномов. Не долго думая, он объявил, что, начиная с будущего понедельника, все продавцы мухоморового жульена должны будут платить налог по 3 ден. ед. за каждую проданную порцию.

На следующий день к Урфину пришел его министр финансов, фанатичный противник госдолга, и сказал:

Ваше Величество! Ваше решение, как всегда, гениально, однако в результате введения такого налога потребление сократится только лишь на 8 тыс. порций в месяц. Сейчас каждый месяц продается 28 тыс. порций по 5 ден. ед., а эластичность предложения в точке равновесия в 2 раза превышает эластичность спроса (по модулю). Я знаю, какой должна быть величина налога, чтобы еще больше сократить потребление и максимально увеличить доходы казны. И тогда мы, наконец, сможем вернуть весь наш долг эльфийскому королю!

Какую величину фиксированного потоварного налога рекомендовал ввести министр финансов?

Задача № 2. « \mathbb{M} »**(20 баллов)**

Для производства 1 единицы уникального товара \mathbb{M} нужна 1 единица сырья стоимостью 17 д. е. и 1 единица труда стоимостью 3 д. е. Денежные ресурсы, которые фирма может потратить на закупку факторов производства, однако, не безграничны. Всего на счету фирмы в настоящий момент есть L д. е. Фирма может привлечь дополнительные средства, взяв в банке краткосрочный кредит по ставке r_c , вернуть который нужно после продажи товара. Также часть средств можно не вкладывать в производство, а положить на депозит по ставке r_d на тот же период. Если фирма назначит цену P на свою продукцию, то потребители будут готовы купить $52 - P$ единиц товара \mathbb{M} . Фирма максимизирует сумму денег, которая останется у нее после производства и продажи товара и расплаты с банком.

а) Допустим, $r_c = r_d = 10\%$. Найдите оптимальный выпуск фирмы как функцию от L . Постройте график этой функции.

б) Допустим, $r_c = 20\%$, $r_d = 10\%$. Найдите оптимальный выпуск фирмы как функцию от L . Постройте график этой функции.

Задача № 3. «Капрезе»

(20 баллов)

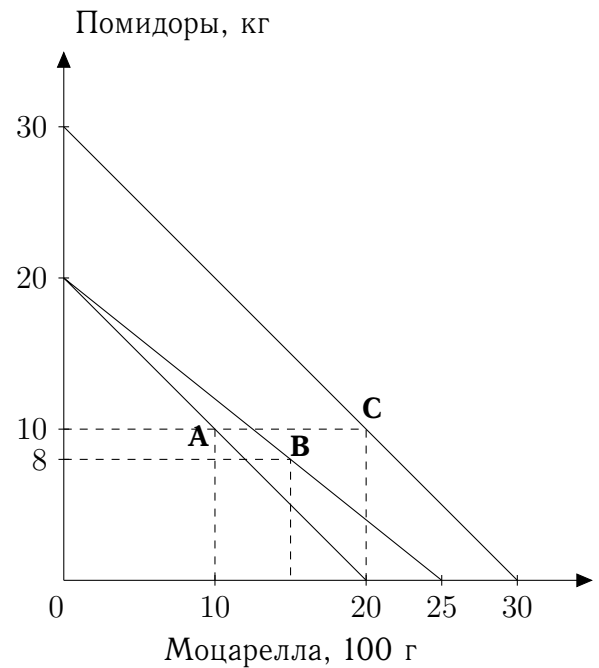
У каждого человека есть свои причуды. Баба Валя — скромная пенсионерка, которая все, что остается от пенсии после квартплаты, тратит на продукты: помидоры и моцареллу. Как и многие пожилые люди, она консервативна: покупает только итальянскую моцареллу, несмотря на то, что в продаже появился такой же сыр отечественного производства, и только российские помидоры по 100 руб. за 1 кг, несмотря на наличие более дешевых китайских. В последнее время произошли только два события, повлиявшие на поведение бабы Вали: сначала на валютном рынке сильно подешевел рубль, а затем правительство щедро повысило пенсии.

На рисунке представлены бюджетные ограничения до, между и после этих событий. Точки А, В и С на рисунке — точки выбора бабы Вали при разных ситуациях.

а) Укажите ситуации, которым соответствует каждая из этих трех точек. Объясните ваши ответы.

б) Посчитайте расходы бабы Вали на моцареллу в каждом случае.

в) Внучка подарила бабе Вале бутылку оливкового масла и посоветовала есть помидоры и моцареллу только в составе салата *капрезе* (нужно взять одинаковые по весу количества помидор и моцареллы и добавить немного масла). Бабе Вале так понравился салат, что она решила есть только его, причем как можно больше. Отметьте на графике выбор бабы Вали после повышения пенсии и укажите координаты отмеченной точки.

**Задача № 4. «Уборка в общежитии»**

(20 баллов)

Победив в олимпиаде, Алексей и Михаил стали студентами крупного экономического вуза в городе М. и поселились в одной комнате в общежитии. Ребята договорились убираться в комнате каждую неделю по субботам. Итоговая чистота комнаты (обозначим ее за G) зависит от того, сколько усилий каждый из них прикладывает к уборке. Обозначим эти уровни усилий за x_a (для Алексея) и x_m (для Михаила). Для простоты будем считать, что $G = x_a + x_m$.

Каждый из студентов хотел бы, чтобы комната была чистой, однако оба не любят убираться, причем Алексей не любит уборку вдвое сильнее, чем Михаил. Это отражено в их функциях полезности: полезность Михаила равна $G \cdot (8 - x_m)$, а полезность Алексея имеет вид $G \cdot (8 - 2x_a)$.

Расписание устроено так, что по субботам в первой половине дня в комнате отсутствует Алексей, а во второй — Михаил. Когда Алексей приходит с учебы, он видит «промежуточную» степень чистоты комнаты (равную уровню усилий Михаила) и принимает решение о том, сколько усилий приложить для завершения уборки.

а) Каковы будут уровни усилий, которые будут прикладывать Алексей и Михаил к уборке? Каков будет итоговый уровень чистоты комнаты?

б) Могут ли ребята договориться об уровнях усилий так, чтобы обоим стало лучше по сравнению с результатом пункта а)? Верно ли, что при этом комната непременно будет чище, чем в пункте а)?

Задача № 5. «Кредит самому себе»

(20 баллов)

Среди способов легкого обогащения, множество которых можно найти в интернете, есть, например, такой. Нужно прийти в банк, взять кредит на миллиард долларов, на полученные деньги купить этот банк и разрешить себе не возвращать кредит. С какими проблемами может столкнуться тот, кто попытается реализовать такой план?