

Тридцатая Всероссийская олимпиада школьников по экономике
2024/2025 год
Региональный этап
10 класс

Ответы, решения и схемы проверки

Задания состоят из четырех частей. Первые три части — тестовые, к вопросам из них нужно привести только ответы. К заданиям четвертой части нужно привести развернутые решения.

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех заданиях бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Максимальное количество баллов — **100**. Продолжительность — **180 минут**.

Часть 1

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит 2 балла.

1.1. За исследование чего была присуждена Нобелевская премия по экономике в 2024 году?

- 1) закономерностей в иррациональном поведении людей;
- 2) дискриминации женщин на рынке труда;
- 3) эффективности финансовых рынков;
- 4) возникновения институтов и их влияния на процветание стран.

Комментарий. Дарон Асемоглу (Аджемоглу), Саймон Джонсон и Джеймс Робинсон получили премию за исследования того, как формируются институты и как они влияют на благосостояние стран.

1.2. Среди указанных ниже факторов выберите тот, который при прочих равных условиях, скорее всего, приведет к росту цен городского жилья:

- 1) активное использование работодателями гибридной и удаленной занятости;
- 2) введение ограничений на высотное строительство;
- 3) сокращение программы льготной ипотеки;
- 4) увеличение количества маршрутов пригородных электричек.

Комментарий. Все остальные факторы приводят к снижению спроса на жилье в городе и следовательно снижению цены, а ограничение строительства — снижению предложения и росту цены.

1.3. Предположим, что на рынке действует фирма-монополист. Если у этой фирмы неожиданно увеличились фиксированные издержки, то в краткосрочном периоде можно ожидать, что:

- 1) фирма увеличит объем выпуска;
- 2) фирма повысит цену;
- 3)** фирма потеряет прибыль в размере увеличения фиксированных издержек;
- 4) снизится потребительский излишек.

Комментарий. Фиксированные издержки — это константа, которая вычитается из прибыли при ее расчете. Она не влияет на максимизацию, то есть на оптимальные значения объема выпуска и цены, но влияет на ее значение в оптимальной точке.

1.4. В стране X доходы у всех домохозяйств за год выросли на одинаковую величину 30 %. При этом за тот же год цены на продовольствие прибавили 20 %, на непродовольственные товары — 15 %, цены на услуги не изменились.

Как изменились реальные (т. е. с поправкой на рост цен для данной категории населения) доходы бедных и богатых домохозяйств? Считайте, что структура расходов домохозяйств с разным уровнем дохода соответствует обычным представлениям.

- 1) выросли у обеих групп на 30 %;
- 2)** выросли у обеих групп, но у богатых сильнее (на большее число процентов);
- 3) увеличились у богатых, упали у бедных;
- 4) увеличились у бедных, упали у богатых.

Комментарий. Доходы у всех домохозяйств выросли сильнее, чем все цены, так что реальные доходы однозначно увеличились. Большая часть расходов бедных домохозяйств — это расходы на продовольствие. Большая часть расходов богатых домохозяйств — расходы на услуги. У богатых рост реальных доходов сильнее, потому что в их потребительской корзине доминируют услуги, цены на которые не изменились.

1.5. В 2023 г. в России был введен потоварный акциз на сладкие напитки в размере 7 руб. за литр. Предположим, что с учетом этого налога функция предложения сладких напитков приобрела вид $Q_s = (P+3) \cdot (P+10)$, где P — цена, уплачиваемая потребителем. С 1 января 2025 г. ставка акциза повышена до 10 руб. за литр. После этого функция предложения сладких напитков приобрела вид:

- 1) $Q_s = P^2 - 7P$;
- 2) $Q_s = P^2 + 19P + 78$;
- 3) $Q_s = P^2 + 13P + 27$;
- 4)** $Q_s = P^2 + 7P$.

Комментарий. Увеличение акциза с 7 до 10 руб. за л. эквивалентно вводу дополнительного акциза в 3 руб. за л. Это приведет к тому, что продавцы захотят продавать тот же объем выпуска по цене на 3 руб. выше, чем раньше (то есть, например, объем выпуска, который они были готовы продавать по цене потребителя 100, они теперь будут готовы продавать по цене 103, чтобы компенсировать налог). Чтобы учесть это в функции предложения, нужно заменить P на $P - 3$ (старая цена на 3 рубля ниже), получим $Q_s = (P - 3 + 3) \cdot (P - 3 + 10) = P^2 + 7P$.

Часть 2

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать все верные. Правильным ответом считается полное совпадение выбранного множества вариантов с ключом. Правильный ответ приносит 3 балла.

2.1. Выберите все верные утверждения о вкладах и кредитах:

- 1) при прочих равных условиях вклад с условием о капитализации принесет вкладчику бóльшую доходность, чем вклад без такого условия;
- 2) досрочное закрытие банковского вклада называется пролонгацией;
- 3) несвоевременное внесение платежей по кредиту не влияет на кредитную историю заемщика;
- 4) при аннуитетной схеме погашения кредита заемщик вносит одинаковые по размеру платежи.

Комментарий. При капитализации процентов проценты начисляются на ранее начисленные проценты, то есть реализуется сложный процент, доходность становится выше. Пролонгация — это продление вклада, а не досрочное закрытие. Кредитная история отражает, насколько полно и своевременно заемщик вносил платежи. Внесение одинаковых платежей — свойство аннуитетной схемы погашения.

2.2. Известно, что некоторая страна является импортером сахара, а также что спрос на сахар в стране абсолютно неэластичен. Рынок сахара совершенно конкурентный. К чему из перечисленного ниже может привести введение импортной пошлины на сахар при прочих равных условиях?

- 1) снижению цены сахара в стране;
- 2) снижению внутреннего потребления сахара;
- 3) снижению объема внутреннего производства сахара;
- 4) ничему из вышеперечисленного.

Комментарий. Введение импортной пошлины повысит цену сахара; при этом потребление сахара не изменится, т. к. спрос абсолютно неэластичен. Введение импортной пошлины сделает импортные товары менее, а местные — более конкурентоспособными, объем внутреннего производства не уменьшится.

2.3. Выберите все верные утверждения:

- 1) облигации федерального займа всегда продаются по номиналу;
- 2) в случае покупки облигации инвестор становится совладельцем компании, которая выпустила ценную бумагу;
- 3) одним из рисков держателя облигаций является дефолт ее эмитента;
- 4) при повышении ключевой ставки номинальная доходность по размещаемым облигациям федерального займа растет.

Комментарий. Цена облигации не равна номиналу и зависит как от требуемой инвесторами доходности, так и от уровня риска, 1) неверно. Покупатель облигации

выступает кредитором эмитента облигации (дает ему в долг) и не становится совладельцем компании-эмитента, 2) неверно. Дефолт эмитента (его отказ от выплат по облигации) является одним из рисков при покупке облигации, 3) верно. При повышении ключевой ставки растет доходность альтернативных инструментов (например, вкладов). Спрос на облигации падает, а значит, и их цена. При падении цены облигаций их доходность растет, 4) верно.

2.4. Пусть в некоторой экономике имеется 100 единиц труда, которые могут производить два продукта X и Y. Количество продукта X, как и количество продукта Y, может выражаться только целым числом. Для производства единицы X нужно 15 единиц труда, для производства единицы Y нужно 20 единиц труда. Выберите все верные утверждения:

- 1) альтернативные издержки производства продукта X постоянны;
- 2) альтернативные издержки производства пятой единицы продукта X равны 1 единице продукта Y;
- 3) если в стране используется только 90 единиц труда, то страна находится в точке под КПВ;
- 4) если в стране производится 3 единицы продукта X и 2 единицы продукта Y, распределение ресурсов не является эффективным.

Комментарий. Найдем, какое максимальное количество $Y(X)$ мы можем произвести при данном количестве продукта X. Исходя из ограничения по труду и целочисленности, получаем, что $Y(0) = 5, Y(1) = 4, Y(2) = 3, Y(3) = 2, Y(4) = 2, Y(5) = 1, Y(6) = 0$. Как видим, альтернативные издержки каждой из единиц X, кроме четвертой, равны 1. Альтернативные издержки производства четвертой единицы равны нулю. Значит, 1) неверно, а 2) верно.

Точка (6,0) находится на КПВ и в ней используется только 90 единиц труда. Значит, 3) неверно. Наконец, при $(X,Y) = (3,2)$ мы можем перейти в точку (4,2), увеличив производство X, не уменьшая производство Y. Значит, изначальное распределение было неэффективным, 4) верно.

2.5. Функции дневного и ночного спроса на такси линейны, каждая из них имеет отрицательный наклон. Известно, что максимальная величина ночного спроса на такси меньше, чем максимальная величина дневного спроса. При этом, при каждой цене такой, что обе величины спроса больше нуля, эластичность ночного спроса по цене меньше по модулю, чем эластичность дневного спроса по цене. Тогда:

- 1) величина ночного спроса не больше величины дневного при каждой цене;
- 2) наклоны двух спросов не одинаковы;
- 3) существует цена, при которой величина ночного спроса больше 0, а величина дневного спроса равна 0;
- 4) существует цена, при которой обе величины спроса больше 0 и равны друг другу.

Комментарий. Эластичность линейной функции спроса $Q = a - bP$ в точке P равна

по модулю

$$E = \frac{bP}{a - bP} = \frac{P}{a/b - P} = \frac{P}{P_{\max} - P},$$

где P_{\max} — максимальная цена спроса. Поскольку у ночного спроса эластичность по модулю меньше при каждой цене, P_{\max} ночью должна быть выше. Значит 1) неверно, а 3) верно. Дополняя это условием о том, что Q_{\max} , наоборот, выше у дневного спроса, получаем, что два спроса обязаны пересекаться, и наклоны их не равны. Варианты 2) и 4) верны.

Условия задания соответствуют интуиции: ночью максимальное количество пассажиров меньше, чем днем, но спрос при этом менее эластичен, потому что ночью для поездки на такси меньше товаров-заменителей (не работает общественный транспорт).

Часть 3

5 вопросов с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предложениями и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

Комментарий. В этой части следует засчитывать все правильные по смыслу ответы, в том числе с соответствующими предложениями и единицами измерения. Например, в вопросе 3.3 нужно засчитать ответы «627», «627 тыс. руб.», «627 000 руб.», и даже ответ «627 000» без единиц измерения, так как в этом случае ясно, что участник решил задачу верно.

3.1. На рынке есть 20 одинаковых фирм, получающих одинаковую прибыль, и еще 5 фирм, образующих картель. Каждая из 5 фирм, образующих картель, получает 10 % совокупной прибыли, генерируемой на данном рынке. Рассчитайте коэффициент Джини, отражающий неравенство в распределении прибыли между фирмами на данном рынке (картель считайте пятью фирмами, а не одной).

Ответ: 0,3.

Комментарий. Обозначим совокупную прибыль на рынке как T . Всего фирм 25. Из них 5 картельных фирм, каждая получает по $0,1T = 10\%$ от совокупной прибыли. Суммарная прибыль 5 картельных фирм: $5 \cdot 0,1T = 0,5T$. Оставшиеся 20 фирм (одинаковых) в сумме получают $T - 0,5T = 0,5T$. На одну фирму вне картеля приходится $\frac{0,5T}{20} = 0,025T$ (2,5% от совокупной прибыли). Итого 20 фирм получают по $0,025T$ и 5 фирм — по $0,1T$. Значит, 80 % (20 из 25) фирм с самой низкой прибылью получают 50 % суммарной прибыли. Известна формула расчета коэффициента Джини для случая двух групп с разными, но равномерно распределенными внутри них доходами. Если $(x; y)$ — точка излома соответствующей кривой Лоренца, то коэффициент Джини равен $G = x - y$. В нашем случае $x = 0,8$ и $y = 0,5$, а значит $G = 0,3$.

3.2. В 2024 году шкала налога на доходы физических лиц (НДФЛ) выглядела в России следующим образом:

- При годовом доходе до 5 млн руб. маржинальная (предельная) ставка налога составляла 13 %.
- При годовом доходе более 5 млн руб. — 15 %.

В 2025 году таблица маржинальных ставок приобрела вид:

Годовой доход (млн руб.)	Маржинальная ставка, %
до 2,4	13
от 2,4 до 5	15
от 5 до 20	18
от 20 до 50	20
свыше 50	22

В 2024 году Тихон заплатил НДФЛ в размере 585 тыс. руб. Предположим, что его годовой доход в 2025 году останется таким же, как и в 2024 году. Какую сумму НДФЛ в тыс. руб. Тихон заплатит в 2025 году?

Ответ: 627.

Комментарий. В 2024 году при доходе до 5 млн руб. применялась ставка 13 %. Обозначим доход Тихона за 2024 год через D : $0,13 \cdot D = 585000 \implies D = 4500000$ руб.

Проверим гипотезу о доходе свыше 5 млн руб. Если бы $D > 5000000$ руб., первые 5 млн облагались бы по 13%, что дало бы налог $5000000 \cdot 0,13 = 650000$ руб., что уже больше 585 тыс. руб. Следовательно, доход не превышал 5 млн руб. Значит, годовой доход Тихона в 2024 году равен $D = 4500000$ руб.

В 2025 году применяем маржинальные ставки из таблицы. Доход $D = 4500000$ руб. делится на два интервала. Часть дохода до 2400000 руб. облагается по ставке 13%: $2400000 \cdot 0,13 = 312000$ руб. Оставшаяся часть дохода попадает в интервал от 2,4 млн до 5 млн руб. и облагается по ставке 15%: $2100000 \cdot 0,15 = 315000$ руб.

Итого при неизменном доходе в 4500000 руб. Тихон заплатит в 2025 году НДФЛ в размере 627 тыс. руб.

3.3. Крупный маркетплейс решает, сколько аналитиков ему стоит нанять. Чем больше будет число аналитиков L , тем выше будет качество анализа данных Q : $Q = L^{3/4}$. В свою очередь, чем лучше качество анализа данных, тем больше будет прибыль маркетплейса до вычета затрат на аналитиков: $\pi = 6000Q^{2/3}$. Сколько аналитиков следует нанять маркетплейсу, если зарплата аналитика равна 150?

Ответ: 400.

Комментарий. Подставим $Q = L^{3/4}$: $Q^{2/3} = (L^{3/4})^{2/3} = L^{(3/4) \cdot (2/3)} = L^{1/2}$. Тогда функция чистой прибыли: $\pi(L) = 6000L^{1/2} - 150L$. Это парабола ветвями вниз относительно $x = L^{1/2}$, ее максимум лежит в вершине. Отсюда $x^* = L^{1/2} = 20 \implies L^* = 20^2 = 400$.

3.4. В некоей стране спрос на сливочное масло задан уравнением $P = 120 - Q$. Изначально предложение задавалось уравнением $P = Q/2$. Из-за резкого роста издержек цена предложения выросла на 30 единиц при каждом объеме выпуска. Государство хотело бы ввести процентную субсидию для производителей масла (в процентах от цены потребителя) так, чтобы цена для потребителя вернулась к прежнему уровню. Каковы будут расходы государства на такую субсидию?

Ответ: 2400.

Комментарий. Приравняем спрос и предложение в исходной ситуации:

$$120 - Q = \frac{Q}{2} \implies Q = 80, P = 40.$$

Государство хотело бы, чтобы и после изменения предложения установилось $Q = 80$. Пусть P^s, P^d — цены производителя и потребителя при выплате субсидии, тогда $P^s = P^d + sP^d$, где s — ставка субсидии. Отсюда суммарные расходы государства на субсидию составят $sP^dQ = (P^s - P^d)Q$. В желаемом для государства равновесии $P^d = 40$ и $Q = 80$. Но $P^s = \frac{Q}{2} + 30$. Стало быть, $P^s = 70$ и расходы государства на субсидию равны $(70 - 40) \cdot 80 = 2400$. Ставку s нам находить не пришлось, но для справки заметим, что она равна $3/4$.

3.5. Государство планировало ввести потоварный налог в размере 360 на рынке шоколадных конфет для снижения уровня потребления сладкого. Однако было решено поделить ставку потоварного налога между рынком шоколадных и рынком сливочных конфет и установить ставки потоварных налогов на уровне 360α и $360(1 - \alpha)$ соответственно. Известно, что спрос на рынке шоколадных конфет имеет вид $Q_1^D = 600 - P$, а предложение имеет вид $Q_1^S = P - 24$, а на рынке сливочных конфет $Q_2^D = 144 - P$ и $Q_2^S = P$ соответственно. Найдите значение α , максимизирующее суммарные налоговые сборы.

Ответ: 0,8.

Комментарий. Рынок 1 (шоколадные конфеты): пусть налог $t_1 = 360\alpha$. Тогда производители получают $P - t_1$. Предложение с учетом налога: $Q_1^S = P - 24 - t_1$. В равновесии $Q_1^D = Q_1^S$: $600 - P = P - 24 - t_1 \implies P = 0,5(624 + t_1)$, $Q_1 = 0,5(576 - t_1)$.

Рынок 2 (сливочные конфеты): пусть налог $t_2 = 360(1 - \alpha)$. Тогда производители получают $P - t_2$. Предложение с налогом: $Q_2^S = P - t_2$. В равновесии $Q_2^D = Q_2^S$: $144 - P = P - t_2 \implies P = 0,5(144 + t_2)$, $Q_2 = 0,5(144 - t_2)$.

Для рынка 1: $Q_1 = 288 - 180\alpha$. Налоговые сборы с рынка 1:

$$T_1 = t_1 Q_1 = 360\alpha(288 - 180\alpha).$$

Для рынка 2: $Q_2 = -108 + 180\alpha$. Налоговые сборы с рынка 2:

$$T_2 = t_2 Q_2 = 360(1 - \alpha)(-108 + 180\alpha).$$

Суммарный налог:

$$T = T_1 + T_2 = 360\alpha(288 - 180\alpha) + 360(1 - \alpha)(-108 + 180\alpha) = 12960(-10\alpha^2 + 16\alpha - 3).$$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине. Отсюда и получим значение α , максимизирующее общие налоговые сборы: $\alpha^* = 0,8$.

Также задачу можно было решить максимизацией по отдельности. Нетрудно вычислить, что оптимальная ставка на рынке 1 (без учета рынка 2) равна $t_1^* = 288$, а на рынке 2 (без учета рынка 2) $t_2^* = 72$. Но в сумме эти ставки как раз дают 360, так что они являются оптимальными и при ограничении $t_1 + t_2 = 360$. Значит, $\alpha^* = 288/360 = 0,8$.

Часть 4

3 задачи, полное решение каждой из которых приносит 20 баллов.

Уважаемые коллеги!

В этом документе вы найдете решения задач регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по экономике 2024/2025 года. Мы надеемся, что сами задания, а также процесс их проверки доставят вам удовольствие.

При проверке задач нужно придерживаться схем, разработанных Центральной предметно-методической комиссией (ЦПМК) по экономике и приведенных в данном документе, а также «Требований к проведению регионального этапа по экономике в 2024/2025 учебном году». Общие принципы проверки приведены в «Требованиях...» и в списке ниже:

1. Для проверки задач члены жюри делятся на рабочие группы, каждая группа проверяет конкретную задачу, один из членов рабочей группы назначается ее руководителем. Такое разделение труда (при котором отдельные члены жюри проверяют конкретные задачи, а не работы целиком) способствует одинаковому уровню требований к решениям, облегчает разрешение спорных случаев. Состав рабочих групп утверждается председателем жюри или его заместителем. В случае если некоторые рабочие группы завершают проверку своих задач раньше других, их участники могут присоединиться к другим рабочим группам.
2. Оценка работ каждого участника по части 4 (задачи) осуществляется не менее чем двумя членами жюри.
3. Жюри проверяет работы в соответствии со схемами проверки, разработанными ЦПМК. В случае наличия в работе участника фрагмента решения, который не может быть оценен в соответствии со схемой проверки, жюри принимает решение исходя из своих представлений о справедливом оценивании, при возможности консультируясь с составителями заданий. Выполнение данного требования имеет исключительную важность, поскольку по итогам регионального этапа составляется единый рейтинг школьников по России, на основании которого определяется состав участников заключительного этапа.
4. Жюри оценивает только то, что написано в работе участника: не могут быть оценены комментарии и дополнения, которые участник может сделать после окончания тура (например, в апелляционном заявлении).
5. Фрагменты решения участника, зачеркнутые им в работе, не проверяются жюри. Если участник хочет отменить зачеркивание, он должен явно написать в работе, что желает, чтобы зачеркнутая часть была проверена. Если невозможно одно-

- значно определить, хотел ли участник, чтобы фрагмент решения был проверен, этот фрагмент не проверяется.
6. Участник должен излагать свое решение понятным языком, текст должен быть написан разборчивым почерком. При этом жюри не снижает оценку за помарки, исправления, орфографические, пунктуационные и стилистические ошибки, недостатки в оформлении работы, если решение участника можно понять.
 7. Все утверждения в решении участника должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений участника. Участник может не доказывать общеизвестные утверждения. Вопрос определения общеизвестности находится в компетенции жюри, но в любом случае общеизвестными считаются факты, изучаемые в рамках школьной программы. Также, как правило, общеизвестными можно считать те факты, которые многократно использовались в олимпиадах прошлых лет и приводились без доказательств в официальных решениях. Все общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Решение, которое явно или скрыто опирается на не доказанные участником общеизвестные факты, оценивается неполным баллом.
 8. Участник может решать задачи любым корректным способом, жюри не повышает баллы за красоту и лаконичность решения, а равно не снижает их за использование нерационального способа. Корректным может быть решение, которое нестандартно и отличается по способу от авторского (приведенного в материалах составителей). При этом недопустимо выставление баллов «за объем»: если участник написал большой текст, не содержащий продвижений в решении задачи, такой текст должен быть оценен в 0 баллов.
 9. Работа участника не должна оставлять сомнений в том, каким способом проводится решение задачи. Если участник излагает несколько решений задачи, которые являются разными по сути (и, возможно, приводят к разным ответам), и некоторые из решений являются некорректными, то жюри не обязано выбирать и проверять корректное решение.
 10. Если в решении участника содержатся противоречащие друг другу суждения, то они, как правило, не оцениваются, даже если одно из них верное. Нарушение логических последовательностей (причинно-следственных связей), как правило, приводит к существенному снижению оценки.
 11. В работе участника должно содержаться доказательство полноты и правильности его ответа, при этом способ получения ответа, если это не требуется для доказательства его полноты и правильности, излагать необязательно.
 12. Штрафы, которые жюри присваивает за вычислительные ошибки, зависят от серьезности последствий этих ошибок. Вычислительная ошибка, которая не привела к существенному изменению дальнейшего решения задачи и качественно не изменила получаемых выводов, штрафует меньшим числом баллов, чем вычислительная ошибка, существенно повлиявшая на дальнейшее решение.
 13. Если задача состоит из нескольких пунктов, то участник должен четко обозначить, где начинается решение каждого пункта. Каждый фрагмент решения про-

веряется в соответствии с критериями проверки, разработанными для указанного участником пункта. Если в решении участника одного из пунктов задачи содержится фрагмент решения, который в соответствии со схемой оценивания может принести баллы за другой пункт задачи, жюри может не ставить эти баллы, если из решения неочевидно, что участник понимает применимость результатов к другому пункту. При решении пунктов задачи участник может ссылаться на собственные решения (ответы) к другим пунктам или на общую часть решения, выписанную в начале.

14. Если ошибка была допущена в первых пунктах задачи и это изменило ответы участника в последующих пунктах, то в общем случае баллы за следующие пункты не снижаются, то есть они проверяются так, как если бы собственные результаты, которыми пользуется участник, были правильными. Исключением являются случаи, когда ошибки в первых пунктах упростили или качественно исказили логику дальнейшего решения и/или ответы — в этих случаях баллы за последующие пункты могут быть существенно снижены.
15. Если участник в своем решении опирается на метод перебора вариантов, то для получения полного балла должны быть разобраны все возможные случаи. Упущение некоторых случаев может привести к существенному снижению оценки (непропорциональному доле неразобранных случаев в общем их числе).
16. Если для решения участнику необходимы дополнительные предпосылки, то он должен их сформулировать. Дополнительные предпосылки при этом не должны менять смысл задачи и существенно сужать круг обсуждаемых в решении ситуаций по сравнению с тем, который задан в условии.

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики и подготовке к олимпиадам. От участников не нужно требовать слишком подробного решения — в любом случае руководствуйтесь здравым смыслом и старайтесь определить, действительно ли участник понимает, как решается задача.

При этом помните, что приведенные ниже схемы проверки и обозначенные выше принципы будут применяться во всех регионах; для сопоставимости результатов необходимо следовать им максимально четко. В случае если работа участника не укладывается в предложенную схему проверки, примите решение исходя из своего опыта и справедливости.

4.1. КПВ и миграция

В стране 1 могут производиться два товара — X и Y . Есть две технологии производства товара X — старая и новая. При производстве по старой технологии одна единица труда производит одну единицу товара X . При производстве по новой технологии одна единица труда производит две единицы товара X , однако произвести по новой технологии можно не более 200 единиц товара X , так как количество станков, нужных для производства по этой технологии, в стране ограничено. Для товара Y ситуация абсолютно такая же: есть такие же технологии с таким же ограничением для новой технологии. В стране 1 есть 150 единиц труда. Страна 2 ничем не отличается от страны 1, кроме того, что в ней есть не 150, а только 50 единиц труда.

В пунктах а)–в) укажите на графиках координаты крайних точек и точек излома КПВ.

а) (6 баллов) Постройте КПВ страны 1 и КПВ страны 2.

б) (6 баллов) Постройте общую КПВ двух стран, если миграция труда между странами невозможна.

в) (5 баллов) Постройте общую КПВ двух стран, если возможна свободная миграция труда между странами.

г) (3 балла) Если товары X и Y потребляются только в пропорции k единиц товара Y на 1 единицу товара X , то при каких значениях $k > 0$ суммарное потребление товаров в странах увеличится в пункте в) по сравнению с пунктом б)?

Решение

а) Начнем со Страны 1. Если произвести 200 единиц товара Y по новой технологии, на это уйдет $200/2 = 100$ единиц труда, оставшиеся $150 - 100 = 50$ единиц труда произведут 50 единиц товара Y по старой технологии. Значит максимальное количество товара Y , которое можно произвести в стране 1, равно 250. Получаем крайнюю точку $(0, 250)$.

Теперь начнем производить товар X . Чтобы произвести единицу X с минимальными альтернативными издержками, нужно начать производить товар X по новой технологии, а уменьшать производство товара Y по старой, менее эффективной технологии. Альтернативные издержки будут равны $\frac{1}{2}$. Так будет продолжаться до тех пор, пока либо не будет закрыто все производство Y по старой технологии, либо не мы не столкнемся с ограничением $X \leq 200$ по новой технологии. Первое настанет раньше, так как всего 50 единиц Y производились по старой технологии, и когда они будут исчерпаны, мы произведем $50/(1/2) = 100$ единиц X , что меньше 200. Получаем ключевую точку $(100, 250 - 50) = (100, 200)$.

После прохождения этой ключевой точки, производя X , мы будем отказываться от производства Y по новой технологии, и альтернативные издержки будут равны 1. Это будет продолжаться до достижения ограничения $X \leq 200$. Для увеличения X со 100 до 200, придется отказаться от 100 единиц Y . Получаем ключевую точку $(200, 200 - 100) = (200, 100)$.

На последнем участке нам придется производить X по старой технологии, и отказываться от производства Y по новой технологии. Альтернативные издержки рав-

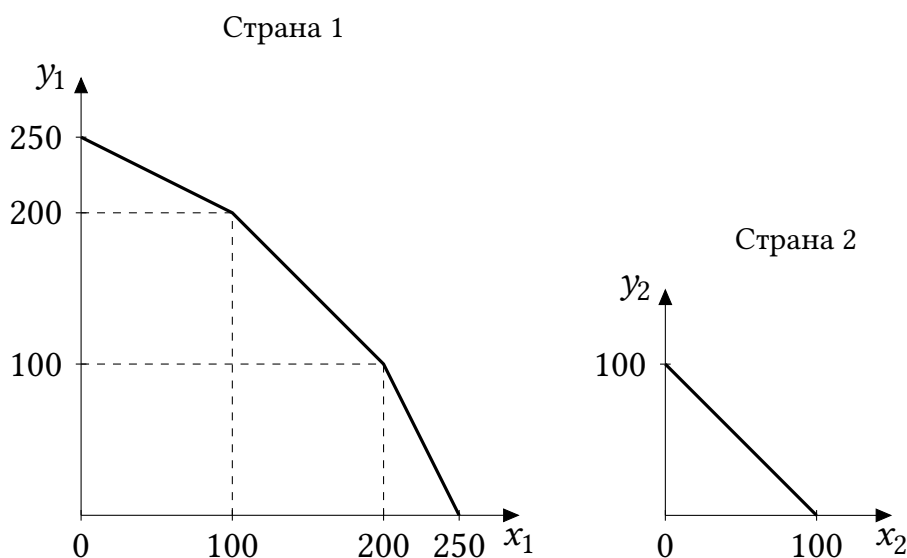


Рис. 1.1: КПВ каждой страны

ны 2. Всего так можно произвести 50 единиц X , получаем последнюю точку $(250, 0)$. Ее также можно получить, пользуясь соображениями симметрии.

Страна 2:

Поскольку в стране 2 всего 50 единиц труда, которые по новой технологии могут произвести $100 < 200$ единиц любого товара, в стране товары будут производиться только по новой технологии. Поэтому альтернативные издержки всегда равны 1. КПВ есть линейная функция $Y = 100 - X$.

Обе КПВ изображены на Рис. 1.1.

б) Сложить две КПВ можно стандартным образом. Заметим, что альтернативная стоимость производства каждого товара в Стране 2 постоянна и равна 1 единице другого товара — так же, как на среднем участке КПВ Страны 1. Следовательно, при добавлении КПВ Страны 2 к КПВ Страны 1 у последней как бы «удлинится» этот участок — две страны вместе смогут произвести на нем 200 единиц любого из товаров с альтернативной стоимостью 1. Суммарная КПВ изображена на Рис. 1.2 слева.

в) В стране 2 из-за небольшого населения возможности производства по новой технологии недоиспользуются, и мы можем это исправить, направив в страну 2 труд из страны 1. По сути дела мы получаем одну большую страну, в которой $150 + 50 = 200$ единиц труда, причем по новой технологии можно произвести не более $200 + 200 = 400$ единиц каждого товара. 200 единиц труда как раз и могут произвести максимально 400 единиц, так что весь труд можно задействовать в производстве по новой технологии. Альтернативные издержки равны 1, и общая КПВ есть линейная функция $Y = 400 - X$. Суммарная КПВ изображена на Рис. 1.2 справа.

г) КПВ из пункта в) совпадает с КПВ из пункта б) на среднем участке и лежит выше нее на крайних участках. Потребление увеличится, если объемы производства лежат на крайних участках КПВ. Решая графически, получаем $k < 1/3$ или $k > 3$, то есть $k \in (0; 1/3) \cup (3; +\infty)$.

Схема проверки

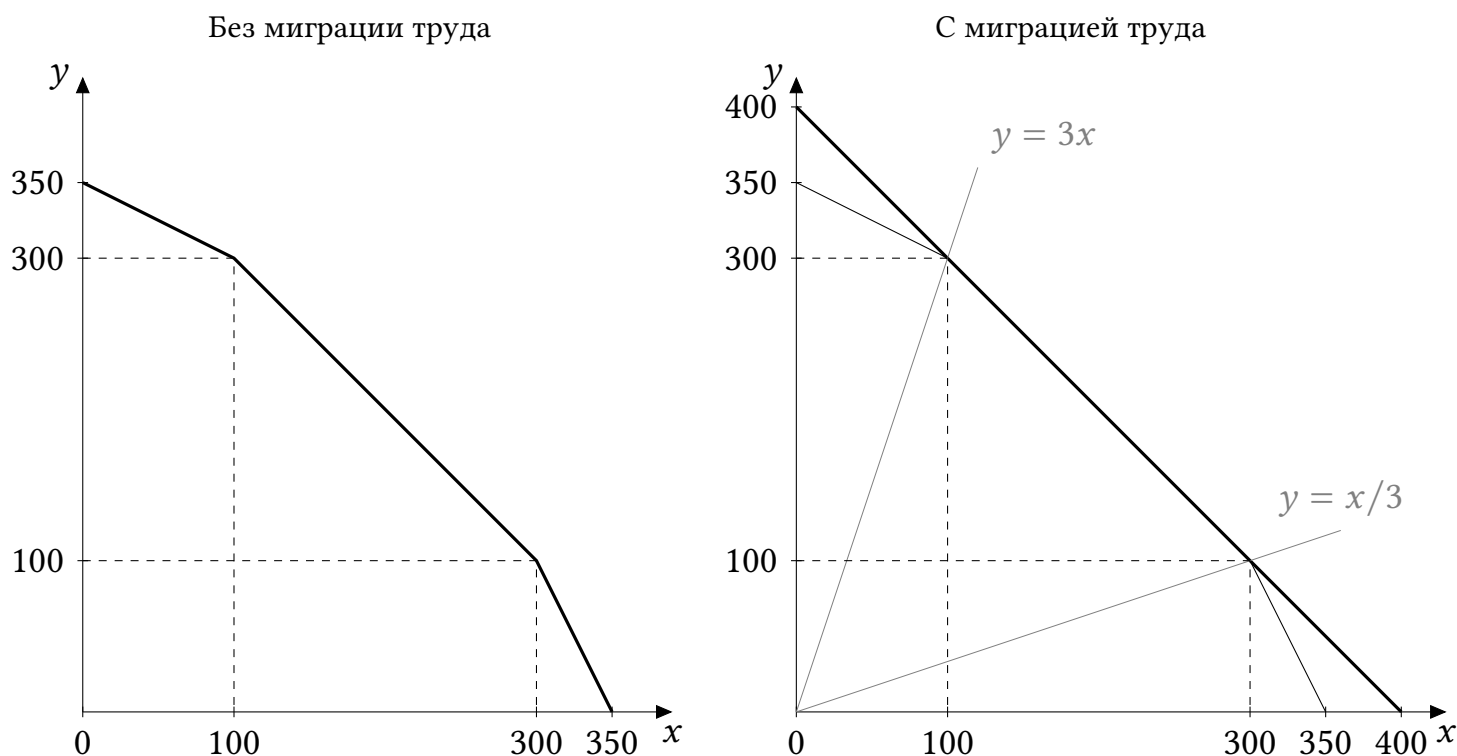


Рис. 1.2: Суммарная КПВ (жирная линия)

Во всех пунктах под словом «определение» имеется в виду расчет координат с объяснением, как они получены. При построении графика с верными точками без объяснений ставятся только баллы за построение графика. В случаях, когда речь идет двух симметричных точках, достаточно объяснения (расчета) координат одной из них и ссылки на симметрию. За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл.

а)

- КПВ Страны 1 — 4 балла, из них:
 - Определение максимального Y (250) при производстве только его, максимального X (250) при производстве только его — 1 балл.
 - Определение точек излома (100, 200); (200, 100) — 1 балл.
 - Построение графика со всеми подписями — 2 балла.
- КПВ Страны 2 — 2 балла, из них:
 - Определение максимального Y (100) при производстве только его, максимального X (100) при производстве только его, либо вывод корректной функциональной зависимости — 1 балл.
 - Построение графика со всеми подписями — 1 балл.

б) Общая КПВ без миграции труда — 6 баллов, из них:

- Определение максимального Y (350) при производстве только его, максимального X (350) при производстве только его — 1 балл.
- Определение точек излома (100, 300); (300, 100) — 3 балла.
- Построение графика со всеми подписями — 2 балла.

в) Общая КПВ с миграцией труда — 5 баллов, из них:

- Определение максимального Y (400) при производстве только его, максимального

го X (400) при производстве только его — 2 балла.

- Наблюдение, что альтернативные издержки постоянны и равны 1 — 1 балл.
- Построение графика со всеми подписями — 2 балла. Достаточно только самой КПВ и подписи точек с координатами (400, 0) и (0, 400); остальные линии и точки на Рис. 1.2 справа нужны для анализа в пункте г).

г)

- Наблюдение, что миграция дает преимущество только на крайних участках — 2 балла.
- Расчет подходящих значений k — 1 балл. Если участник включил пограничное значение 3 или $1/3$ в ответ, балл ставится.

4.2. Мотивация для менеджера

Владелец фирмы-монополии нанял менеджера по маркетингу. Менеджер может приложить усилия для продвижения товара на рынке. Чем выше этот уровень усилий e , тем выше спрос на продукцию фирмы: $q = \sqrt{e} - p$, где p — цена товара, q — его количество. Приложение уровня усилий в объеме e сопряжено с издержками в размере e^2 для менеджера. Владелец фирмы хотел бы стимулировать менеджера прилагать усилия, и поэтому зарплата менеджера равна доле выручки фирмы: $w = b \cdot TR$, где $0 < b < 1$, TR — выручка монополии, w — зарплата менеджера.

Взаимодействие владельца фирмы и менеджера устроено так, что сначала владелец выбирает b , а затем менеджер выбирает e и q , воспринимая b как заданный параметр. Владелец фирмы максимизирует выручку фирмы за вычетом расходов на зарплату менеджера (других издержек у фирмы нет). Менеджер максимизирует свою зарплату за вычетом издержек на усилия.

а) (5 баллов) Найдите оптимальное для менеджера значение q^* при произвольно выбранных значениях b и e , удовлетворяющих условию. Оно может зависеть от b , e или обеих переменных сразу.

б) (8 баллов) Найдите оптимальные для менеджера значения e^* и q^* в зависимости от b .

в) (7 баллов) Найдите оптимальное для владельца значение b^* , а также значения e^* и q^* , которые выберет менеджер при $b = b^*$.

Решение

а) На этом шаге b и e заданы. Менеджер выбирает q , максимизируя свою функцию полезности

$$U_{manager} = b \cdot p \cdot q - e^2.$$

Так как $p = \sqrt{e} - q$, то

$$TR = p \cdot q = q(\sqrt{e} - q).$$

Тогда

$$U_{manager} = bq(\sqrt{e} - q) - e^2.$$

При выборе q , b и e считаются константами, а $-e^2$ не влияет на оптимизацию по q . Следовательно, достаточно максимизировать по q выражение:

$$bq(\sqrt{e} - q) = bq\sqrt{e} - bq^2.$$

Так как $b > 0$, это парабола ветвями вниз относительно q , ее максимум лежит в вершине. Таким образом,

$$q^* = \frac{\sqrt{e}}{2}.$$

Также можно было сразу заметить, что в силу положительности b , менеджер будет выбирать выпуск, при котором выручка максимальна. Выручка задается выражением

$$TR = q(\sqrt{e} - q).$$

Ее максимум можно найти как через вершину параболы, так и через условие $MR = 0$:

$$MR = \sqrt{e} - 2q = 0,$$

откуда получаем тот же ответ.

Ответ: $q^* = \frac{\sqrt{e}}{2}$.

б) Теперь рассматриваем как заданное только значение b . Подставим q^* как функцию от e в выручку:

$$TR = q^*(\sqrt{e} - q^*) = \frac{\sqrt{e}}{2} \left(\sqrt{e} - \frac{\sqrt{e}}{2} \right) = \frac{\sqrt{e}}{2} \cdot \frac{\sqrt{e}}{2} = \frac{e}{4}.$$

Тогда полезность менеджера:

$$U_{manager} = b \cdot \frac{e}{4} - e^2.$$

Данная функция является параболой ветвями вниз относительно e с максимумом в вершине. Таким образом,

$$e^* = \frac{b}{8}.$$

И

$$q^* = \frac{\sqrt{e^*}}{2} = \frac{\sqrt{b/8}}{2} = \frac{\sqrt{2b}}{8}.$$

Ответ: $q^* = \frac{\sqrt{2b}}{8}, e^* = \frac{b}{8}$.

в) Подставим найденную зависимость усилий менеджера от доли получаемой им выручки, $e^*(b)$, в найденное выше выражение для TR :

$$TR = \frac{e^*}{4} = \frac{b}{8 \cdot 4} = \frac{b}{32}.$$

Прибыль владельца:

$$\Pi_{owner} = TR \cdot (1 - b) = \frac{b}{32}(1 - b).$$

Относительно b эта функция является параболой ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине. В таком случае

$$b^* = \frac{1}{2}.$$

Подставляем b^* обратно в функцию для e^* :

$$e^* = \frac{b^*}{8} = \frac{1}{2 \cdot 8} = \frac{1}{16}.$$

Тогда

$$q^* = \frac{\sqrt{e^*}}{2} = \frac{\sqrt{1/16}}{2} = \frac{1/4}{2} = \frac{1}{8}.$$

Ответ: $q^* = \frac{1}{8}$, $e^* = \frac{1}{16}$, $b^* = \frac{1}{2}$.

Примечание: в данной задаче владелец фирмы решает, как оптимально стимулировать менеджера. Задача нахождения оптимальных систем бонусов и наказаний (оптимального регулирования стимулов агентов) является одной из важнейших в экономической науке. В 2016 г. Бенгт Хольмстрем и Оливер Харт получили Нобелевскую премию по экономике за разработку основополагающих моделей в этой области.

Схема проверки

За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл. За не указанное направление ветвей параболы баллы не снимаются.

а) Всего за пункт — 5 баллов, из них:

- Запись функции полезности менеджера только от q , e и b или запись выручки фирмы только от q и e или запись условия $MR = 0$ — 3 балла.
- Вывод зависимости $q^* = \sqrt{e}/2$ — 2 балла.

б) Всего за пункт — 8 баллов, из них:

- Запись функции полезности менеджера только от e и b — 3 балла.
- Вывод зависимости $e^* = b/8$ — 3 балла.
- Вывод зависимости $q^* = \frac{\sqrt{b/8}}{2}$ (в любой эквивалентной форме, например, $q^* = \frac{\sqrt{2b}}{8}$) или $q^* = \sqrt{b/32}$ — 2 балла.

в) Всего за пункт — 7 баллов, из них:

- Запись функции прибыли фирмы только от b — 3 балла.
- Нахождение оптимального значения $b^* = 1/2$ — 2 балла.
- Нахождение оптимального значения $q^* = 1/8$ — 1 балл.
- Нахождение оптимального значения $e^* = 1/16$ — 1 балл.

4.3. Между «Ох» и «Ух»

Ох-Банк и Ух-Банк — активные игроки на рынке вкладов в стране. В настоящий момент эти банки принимают вклады по следующим ставкам:

Срок вклада	Полгода	Год	Два года
Ставка в Ох-банке на весь период вклада, % годовых	24	18	12
Ставка в Ух-банке на весь период вклада, % годовых	22	15	11

Капитализация процентов отсутствует.

Иннокентий Осторожный хотел бы разместить на банковском вкладе (вкладах) свои долгосрочные сбережения в размере 2 млн рублей. Цель Иннокентия — максимизация общей суммы денег через 2 года в ситуации, когда ни один из банков не банкротится. При этом Иннокентий рассматривает только такие варианты вложений, при которых он не потеряет ни тело вклада, ни проценты, если какой-либо из банков все же обанкротится в конце второго года. Напоминаем, что в каждом банке системой страхования вкладов застраховано максимум 1,4 млн руб (включая накопленные проценты).

Иннокентий может в любой момент времени иметь максимум по одному вкладу в каждом из банков. Иннокентий также убеждён, что уже через полгода процентные ставки упадут и будут держаться на уровне 10 % годовых. Через полгода можно будет вложить деньги в любой из банков под 10 % годовых на полтора года. Через год можно будет вложить деньги в любой из банков под 10 % годовых сроком на год.

Как Иннокентию следует поступить со своими деньгами, исходя из своей цели, ожиданий и ограничений? Укажите, куда, какую сумму (суммы) и на какой срок (сроки) ему следует вложить. Округлите свой ответ до целых рублей.

Решение

После истечения вклада сроком полгода или год Иннокентий вложит деньги на оставшийся срок под 10 % годовых. В Ух-банке все предлагаемые в начале ставки ниже, чем в Ох-банке, поэтому первый вклад следует делать в Ох-банк, а дальше можно вкладывать в любой банк, главное, чтобы общая сумма с учетом накопленных процентов в каждом банке была не более 1,4 млн руб. Рассчитаем коэффициент роста суммы денег за 2 года при разных сроках первого вклада в Ох-банк:

Срок	Полгода	Год	Два года
Коэфф. роста	$(1 + 0,24 \cdot 0,5) \cdot (1 + 0,1 \cdot 1,5) = 1,288$	$1,18 \cdot 1,1 = 1,298$	$1 + 0,12 \cdot 2 = 1,24$

Иннокентию стоит вкладывать все средства в Ох-банк сроком на год, так как это дает наибольшую итоговую доходность из трех вариантов (29,8 % за два года). Теперь поймем, как нужно распределить средства между банками через год, чтобы не потерять средства при банкротстве какого-либо из банков.

Через год у Иннокентия будет $2 \cdot 1,18 = 2,36$ млн руб. Допустим, x млн руб. из них он вкладывает в Ох-банк на оставшийся год. Тогда он получит $1,1x$, что должно быть не более 1,4 млн руб. Значит, $1,1x \leq 1,4$, $x \leq 1,4/1,1 \approx 1,272727$ млн руб. То же неравенство должно быть верно и для суммы, вложенной в Ух-банк, $2,36 - x \leq 1,272727$, а значит, $x \geq 1,087273$ млн руб. Поскольку $1,087273 < 1,272727$, отрезок допустимых значений x не пуст, можно вложить в Ох-банк любую сумму на отрезке $[1,087273; 1,272727]$ руб., например $2,36/2 = 1,18$ млн руб.

Ответ: Иннокентию следует вложить 2 млн руб. в Ох-банк сроком на год, а затем вложить x млн руб. в Ох-банк и $2,36 - x$ млн руб. в Ух-банк, где $x \in [1,087273; 1,272727]$.

Схема проверки

За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл. Всего за задачу — 20 баллов, из них:

- Сформулирована верная стратегия — вкладываем все сначала в Ох-банк, потом делим вложения — 2 балла.
- Пояснение, почему в Ух-банк вкладывать сразу не нужно — 1 балл.
- Верный расчет каждого из трех коэффициентов роста (доходностей) за 2 года — по 3 балла за каждый, итого 9 баллов. При этом участник может вывести эти коэффициенты не отдельно, а в ходе других расчетов, баллы в этом случае ставятся. Если участник проводит расчет с учетом капитализации процентов (чего делать не нужно по условию), то ставится 2 балла из 3 за соответствующий коэффициент.
- Определение оптимального срока первого вклада в Ох-банк — 2 балла.
- Приведение в ответе какого-либо верного разделения денег между банками на второй год (достаточно привести одно) — 2 балла.
- Объяснение, почему это разделение подходит — 4 балла, из них 2 балла за проверку того, что итоговая сумма будет меньше 1,4 млн в Ох-банке и 2 балла за проверку того, что итоговая сумма будет меньше 1,4 млн в Ух-банке. Если участник находит полный отрезок значений (как в решении выше), а не приводит только одно распределение, то 2 балла ставится за верную левую границу отрезка с пояснением и 2 балла ставится за верную правую границу отрезка с пояснением. Для полного балла весь отрезок приводить не нужно, достаточно привести одно корректное распределение средств, и объяснить, почему оно подходит.

Примечание: Участник может (некорректно) решать задачу, исходя из другой предпосылки о возможном сроке банкротства банка. Например, участник может исходить из того, что ни в каком банке ни в какой момент не должно быть больше 1,4 млн р., либо что больше 1,4 млн р. не должно быть в банке на момент окончания срока вклада и т.д. Хотя эти решения не вполне соответствуют задаче (требуется исключить потерю денег только в случае банкротства в конце второго года), как правило, они будут содержать существенное количество верных расчетов (например, определение оптимального срока вклада в Ох-банк) и должны быть проверены в соответствии со схемой, приведенной выше. Если верные расчеты действительно присутствуют, то должен быть выставлен частичный балл.