

## Время на выполнение заданий — 120 минут

*Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.*

Удачи!

**Задание 1. «Рыцари при дворе короля Артура» (25 баллов)**

В замке короля Артура есть 1 круглый стол, за которым рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но также не отказываются от общения в компании. Поэтому удовольствие, которое получает каждый рыцарь от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, что сидят за столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n)$$

где  $n$  – это общее число **всех** рыцарей за столом, включая его самого. Рыцари съезжаются на обед, только если получают положительное удовольствие от его посещения. В свою очередь король Артур заботится обо всех своих гостях, и его удовольствие от званого обеда равно сумме удовольствий приглашенных рыцарей.

1. Какое максимальное число рыцарей можно видеть за столом короля Артура?
2. Какое количество приглашенных оптимально с точки зрения каждого рыцаря, который желает получить максимальное удовольствие от посещения званого обеда?
3. Какое количество приглашенных оптимально с точки зрения короля Артура, который желает, чтобы суммарное удовольствие всех присутствующих на обеде было максимально?
4. Сравните количество приглашенных рыцарей в Пунктах 2 и 3 и объясните, почему можно было бы предугадать результат этого сравнения, не проводя расчетов.

**Задание 2. «Пенсионная реформа» (20 баллов)**

Вместе с повышением пенсионного возраста правительство Российской Федерации разработало ряд мер для защиты работников предпенсионного возраста. К данной категории относятся работники, которым до наступления пенсионного возраста осталось не более 5 лет. Одна из таких мер предусматривает наложение штрафа на предприятие в размере до 200 тыс. руб. за необоснованное увольнение работника предпенсионного возраста.

1. Приведите **два (2)** аргумента, объясняющих, почему введение санкций за увольнение работников предпенсионного возраста может негативно сказаться на прибыли российских компаний, которые не нарушают закон и, соответственно, не платят штраф, упомянутый выше. Если вы укажете три аргумента и более, то засчитаны будут только первые два.
2. Предложите **три (3)** различных и не противоречащих вступающему в силу закону (т.е. фирма не увольняет работника предпенсионного возраста) варианта того, как компании могут начать действовать в обход указанных в задании санкций. Если вы приведете четыре варианта и более, то засчитаны будут только первые три.

### Задание 3. «Подарки от бабушки Агриппины» (30 баллов)

В некотором регионе есть три города:  $A$ ,  $B$  и  $C$  – попарно соединенных дорогами. Стоимость отправки посылки весом  $w$  кг. между двумя городами определяется следующим образом:

$w$	$A \Leftrightarrow B$	$B \Leftrightarrow C$	$A \Leftrightarrow C$
$w < 10$	10 д.е.	20 д.е.	$w + 5$ д.е.
$10 \leq w < 20$	15 д.е.	5 д.е.	$w + 5$ д.е.
$w \geq 20$	20 д.е.	10 д.е.	$w$ д.е.

Бабушка Агриппина, живущая в городе  $A$ , хочет отправить подарки двум своим внукам: Васе и Соне. Вася живет в городе  $B$ , а Соня – в городе  $C$ . Бабушка может отправить посылку как напрямую в нужный город, так и через другой город, и при этом она всегда выбирает самый дешевый способ пересылки. Так, например, бабушка может отправить подарок весом  $w = 15$  кг. в город  $B$  напрямую, заплатив 15 д.е., или же через город  $C$ , отдав  $(15 + 5) + 5 = 25$  д.е. Если два способа пересылки стоят одинаково, бабушка Агриппина всегда предпочитает отправлять подарок напрямую.

1. Определите, какую сумму бабушка Агриппина затратит на пересылку подарка **каждому** из внуков в зависимости от веса его посылки  $w$  кг., если она действует оптимально. Ответ представьте, заполнив таблицу, приведенную ниже, и поясните своё решение (обратите внимание, что в одной категории веса (например,  $10 \leq w < 20$ ) возможны различные варианты пересылки отправления).

$w$	Вася (город $B$ )	Соня (город $C$ )
$w < 10$		
$10 \leq w < 20$		
$w \geq 20$		

2. Бабушка любит обоих внуков одинаково и поэтому отправляет им посылки одного и того же веса  $w$  кг. Представьте график **суммарных затрат** бабушки Агриппины на отставку **обеих** посылок Васе и Соне, где ось  $X$  соответствует весу **одного** подарка  $w$  кг., а ось  $Y$  – суммарной стоимости пересылки **обеих** подарков  $p$  д.е. Поясните ваши расчеты.
3. Известно, что бабушка Агриппина потратила в сумме 45 д.е. на пересылку подарков **обоим** внукам. Определите, сколько весил подарок **каждому** из внуков и сколько бабушка Агриппина потратила на пересылку **каждого** из них.

**Задание 4. «Газировка» (25 баллов)**

С целью сокращения потребления сладких газированных напитков правительство страны N предложило установить минимальную цену  $p$  денежных единиц (д.е.) за литр газировки. При этом уровень цены  $p$  д.е. оказался выше, чем цена одного литра большинства газированных напитков, представленных в стране N. На рынке газированных напитков страны N присутствуют 4 крупных производителя, каждый из которых контролирует примерно 15% рынка и входит в Ассоциацию производителей безалкогольных напитков (АПБН), и множество мелких региональных производителей, доля каждого из которых не превышает 1% рынка. АПБН поддержала предложение правительства ввести минимальную цену  $p$  д.е. за литр газированного напитка.

1. Как вы думаете, чем может быть обосновано решение АПБН поддержать инициативу правительства о введении минимальной цены  $p$  д.е. за литр, ведь повышение цены при прочих равных условиях приведет к сокращению потребления газированных напитков и падению объема продаж?
2. На ваш взгляд, какой могла быть стратегия большинства мелких региональных производителей газированных напитков до введения минимальной цены  $p$  д.е. за литр (иначе говоря, в чем было их преимущество перед крупными компаниями)? Какую стратегию вы бы посоветовали им использовать после введения минимальной цены за литр газировки?
3. Оппозиционная партия выступила с резкой критикой введения минимальной цены на газированные напитки как направленной против бедных слоев граждан. В частности, лидер оппозиционной партии заявил, что повышение цены газированных напитков сильнее всего затронет самые незащищенные слои населения, поскольку для них доля расходов на газировку в совокупных доходах составляет около 7%. Тогда если в результате введенных мер средняя цена за литр газировки увеличится в  $x > 0$  раз, то на данную статью расходов будет приходиться около  $x \cdot 7\%$  совокупных доходов наименее обеспеченных домашних хозяйств, что заставит их начать экономить на остальных товарах. В то же время более богатые домашние хозяйства, для которых доля расходов на газированные напитки в совокупных доходах составляет менее 1%, не ощутят повышения цены данного блага. *Согласны ли вы с аргументами лидера оппозиционной партии? Обоснуйте свой ответ.*