

Олимпиада школьников «Высшая проба»

Решения и критерии проверки

10 класс

Задание 1. «Онлайн-вклады»

Приведем возможные причины разницы в процентах по «очным» и онлайн-вкладам.

1. **«Снижение издержек»**. Отсутствие необходимости физического проведения операций, связанных с открытием онлайн-вклада, снижает издержки, связанные с функциональной деятельностью банка по открытию и обеспечению таких вкладов. Фактически, банки предлагают две разные услуги (обычный вклад и онлайн-вклад), осуществление которых связано с различными предельными издержками. Цены на такие услуги различаются.

2. **«Ценовая дискриминация»**. Поскольку условия вкладов, открытых лично или через онлайн-сервис, одинаковы за исключением цены предоставляемой услуги, можно считать, что банк, начисляя разный процент на депозит, осуществляет ценовую дискриминацию. Тем самым он привлекает новых клиентов, которые не готовы нести издержки, связанные с открытием вклада при личном присутствии в отделении банка, и не готовы оформить даже онлайн-вклад по «очному» проценту.

Последний аргумент является существенным. Открытие онлайн-вкладов значительно снижает издержки для той группы людей, у которых высоки альтернативные издержки, связанные с использованием свободного времени. Для тех людей, которые ценят удобство открытия онлайн-вкладов, нет смысла повышать процент по вкладу, они согласились бы и на меньший, по сравнению с «очным», процент по депозиту, что, безусловно, было бы выгодно банку. Однако банк повышает процент, а не снижает его, что преследует своей целью привлечь именно новых клиентов, тех, кто не готов класть деньги на депозит дистанционно даже по «очному» проценту. Поскольку повышение процента привлекает всех клиентов банка, которые готовы пользоваться интернет-сервисом, а не только тех, у кого высоки альтернативные издержки использования свободного времени, и поскольку у банка нет возможности идентифицировать клиентов и предлагать им разные проценты по вкладам, разница в процентах по «очному» вкладу и онлайн-вкладу не может быть значительной.

3. **«Плата за риск»**. Возможность осуществлять онлайн-вклады появилась в России относительно недавно. Большое количество людей относится с недоверием к подобному вложению средств. Чтобы стимулировать их принять решение в пользу онлайн-вкладов (что, в свою очередь, может снижать операционные

издержки банка) банки предлагают им более выгодные условия по депозитам. При отсутствии повышенной ставки такие клиенты отказались бы осуществлять онлайн-вклады. Таким образом, повышая процент по вкладу, банк оплачивает риск недоверчивых клиентов. По указанной в предыдущем пункте причине разница в процентах по «очному» вкладу и онлайн-вкладу не может быть значительной.

Критерии проверки:

- Аргументированно раскрыта любая одна из указанных причин — **10 баллов**.
- Аргументированно раскрыта любая другая причина из указанных причин — **10 баллов**.
- Аргументы в пользу самого онлайн-сервиса (интернет банкинга), а не в пользу разницы в процентах для «очного» и онлайн-вклада оценивались в **0 баллов**.
- Если один из аргументов был раскрыт неполностью, что указывалось в комментариях при проверке, то в этом случае за указанную причину ставилось **5 баллов**.

Задание 2. «Экономика «Звездных войн»

Можно заметить, что если нужно произвести не более 100 мечей, то на заводе «Татуин» мечи производить будет невыгодно. Действительно, на заводе «Алдераан» даже при производстве пятого комплекта издержки на один меч будут ниже чем на заводе «Татуин»: первые 20 мечей можно произвести за 80 датариев, вторые — за 88, третьи — меньше, чем за 97, четвертые — меньше, чем за 107, пятые — меньше, чем за 118. Таким образом, самый дорогой меч на «Алдераане» обойдется менее чем в 6 датариев. Значит, на заводе «Татуин» мечи производить не нужно, а все 100 мечей будут произведены на заводах «Алдераан» и «Набу».

Так как фиксированные издержки у «Алдераан» отсутствуют, то пока производство одного меча стоит меньше на «Алдераан», там и следует производить. Таким образом, первые 60 мечей точно будут произведены на этом заводе. Если далее начать производить мечи на «Набу», то издержки производства дополнительного меча будут равны 5, что ниже, чем на «Алдераан». Следовательно, если использовать «Набу», то там надо производить все оставшиеся мечи. Однако за использование «Набу» нужно заплатить 25, и эти расходы нужно сравнить с экономией от производства последних 40 мечей на «Набу» вместо «Алдераан». Производство последних 40 мечей на «Набу» обойдется в $25 + 5 \cdot 40 = 225$, а на «Алдераан» — меньше, чем в $107 + 118 = 225$ (см. выше). Значит, на заводе «Алдераан» будут произведены все 100 мечей.

Критерии проверки:

- «Татуин» никогда не будет использоваться — **1 балл** за формулировку факта и **4 балла** за доказательство. **3 балла** снималось, если объяснение было неполным или содержало ошибку.
- Пока издержки производства одного меча меньше на «Алдераан», там и надо производить — **4 балла**. **1 балл** снимался, если явно или неявно не упоминалось, что это верно, так как «Алдераан» не несет фиксированных издержек.
- Первые 60 мечей всегда выгодно производить на «Алдераан». Посчитаны издержки производства одного меча на «Алдераан» для первых трёх партий и показано, что они ниже 5 — **6 баллов**.
- Оставшиеся 40 мечей выгоднее произвести на «Алдераан» (с доказательством) — **10 баллов**.

Задание 3. «Опрос»

а) Все предложенные методы имеют свои недостатки, поэтому задача не имеет единственного верного ответа.

Начнём со второго варианта: опросить 300 жителей Спального района, 150 жителей Центра и 50 жителей Частного сектора. Здесь используется заведомо смещённая выборка: доля опрошенных по каждому из районов (от числа всех опрошенных) не соответствует доле жителей, проживающих в этом районе (от числа всех жителей в городе). Например, в Частном секторе проживает $2/(100 + 10 + 2) \approx 1.7\%$ от всех жителей города, но среди опрошенных их будет $50/(300 + 150 + 50) = 10\%$ (от всех опрошенных). Если в разных районах расходы на пирожные существенно различаются (а этого разумно ожидать, поскольку в указанных районах скорее всего живут люди с разным социально-экономическим статусом), это приведёт к тому, что среднее по такой выборке не будет равняться среднему по всему городу. Например, если предположить, что в Центре расходы на пирожные на одного человека в среднем составляют 5 тыс. рублей в месяц, в Спальном районе 2 тыс. рублей в месяц и в Частном секторе 10 тыс. рублей в месяц, то средние расходы по городу составят

$$5 \cdot \frac{10000}{112000} + 2 \cdot \frac{100000}{112000} + 10 \cdot \frac{2000}{112000} \approx 2,41 \text{ тыс. руб./мес.},$$

а средние расходы по нашей выборке:

$$5 \cdot \frac{300}{500} + 2 \cdot \frac{150}{500} + 10 \cdot \frac{50}{500} = 4,6 \text{ тыс. руб./мес.}$$

Видно, что ошибка может быть весьма существенной, если расходы на пирожные в разных районах сильно различаются.

В третьем варианте (отправить студентов в 10 самых населённых домов) выборка также будет смещена: 10 самых населённых домов скорее всего находятся в Спальном районе (именно там находятся многоэтажки) и результат вообще не будет учитывать потребление пирожных в других районах (которое может существенно отличаться от потребления в Спальном районе). Однако, ошибка при этом будет меньше, чем при использовании второго варианта (в примере выше мы получим в качестве ответа число 2 тыс. руб./мес, что ближе к правильному ответу, чем 4,6 тыс. руб./мес).

Наконец, первый метод (опрос на матче) требует анализа того, как связано потребление пирожных с любовью к футболу. Например, можно предположить, что на футбол ходят преимущественно молодые люди мужского пола, которые едят пирожные меньше, чем девушки и дети. С другой стороны, можно ожидать, что на футбол ходят люди самого разного социально-экономического статуса, в то время как население разных районов более однородно, и при этом сильно различается в разных районах. В этом случае, если потребление пирожных сильно связано с социально-экономическим статусом, можно ожидать, что выборка на матче будет более репрезентативной, чем смещённые выборки по районам из второго или третьего варианта.

Итак, все три предложенных метода дают потенциально смещённую выборку и окончательный вывод зависит от принятых предположений. В качестве правильного

мог быть засчитан любой из этих методов, если были разумным образом обоснованы преимущества метода перед другими методами.

Если выйти за рамки предложенных методов, то можно предложить модификацию второго: либо скорректировать квоту по каждому району, так, чтобы она соответствовала доле жителей этого района во всём городе (то есть опросить 446 человек из Спального района, 45 человек из Центра и 9 человек из Частного сектора), либо использовать исходную выборку, но скорректировать результат, посчитав отдельно средние по каждому из районов, а затем сложив их с весами, равными доле населения соответствующего района во всём городе: то есть результат по Спальному району умножить на $100/112 \approx 0,89$, результат по Частному сектору умножить на $2/112 \approx 0,02$ и результат по Центру умножить на $10/112 \approx 0,09$, и всё сложить.

В случае, если анализ показывает, что какие-то методы имеют примерно одинаковое качество, выбор следует сделать на основе издержек, которые понесёт Вася, используя каждый из них. При этом следует учитывать такие факторы, как альтернативные издержки при найме студентов (с одной стороны, студентам следует платить зарплату, с другой – труд Васи, как более квалифицированного специалиста, может стоить больше, чем труд студентов).

б) Если нас интересует среднее по каждому из районов, то оптимальным является второй подход. Как обсуждалось выше, третий подход скорее всего даст информацию только по одному району и поэтому заведомо не подходит. Первый подход в этом случае не оптимален: он больше подвержен случайности — например, может так случиться, что на матче мы опросим совсем мало респондентов из Частного сектора, и в этом случае данные по этому району будут очень ненадежны (вдруг нам случайно попадётся один человек и он окажется большим сладкоежкой?).

Ответ: второй метод.

Критерии проверки:

Пункт а)

Максимум: 10 баллов.

1. Ответ 1 («Матч»).

- (а) Только рассуждение вида «Придут жители всех районов» без обсуждения альтернатив: **3 балла**.
- (б) Введена предпосылка о пропорциональном представительстве всех районов на матче без обсуждения репрезентативности с точки зрения вопроса о пирожных (вдруг на футбол ходят только молодые люди, которые не едят пирожных?): **8 баллов**.
- (с) Если исключен только один вариант (например, вариант 3 на основании того, что в этом случае студенты пойдут только в спальный район и не дадут полную картину): **4 балла**.
- (д) Правильное решение должно содержать рассуждения, каким-либо образом отвечающие на проблему смещённости выборки: может быть, любители

футбола едят меньше или больше пирожных, чем в среднем жители города. Например, должно по крайней мере постулироваться, что это не так.
10 баллов

2. Ответ 2 («Выборка по районам»).

Строго говоря, это неверный ответ: результат может быть сильно смещён, поскольку квоты по районам не соответствуют числу жителей в районах, а районы явно разные по социально-демографическим характеристикам. Тем не менее, можно предложить разумные доводы в пользу этого варианта или даже сделать из него верный (но это требует дополнительных соображений), см. ниже.

- (a) Идея о необходимости представительности всех районов (это уменьшает дисперсию, если считать, что районы сильно разные между собой и при этом однородные — представьте себе, что у вас есть три одинаковых по числу жителей, но сильно разных района, и вы хотите опросить ровно трёх жителей — тогда их лучше выбирать по одному из района, чем случайно по городу): **2-3 балла** (в зависимости от подробности обоснования).
- (b) Если дополнительно к предыдущему пункту предъявлено рассуждение о том, что можно получить правильно результат о среднем по городу, правильно взвесив результаты: **10 баллов**.

3. Ответ 3 («Отправить студентов»).

- (a) Рассуждение о том, что спальный район самый большой и поэтому среднее по спальному совпадает со средним по всему городу (строго говоря, неверно, хотя даёт не очень большую ошибку): **3 балла**.

Пункт б)

Максимум: 10 баллов

1. Ответ 1 («Матч»).

Это неверный ответ, однако если при его обсуждении приведены какие-то разумные соображения, за них могут быть назначены **2-3 балла** (см. раздел «Отдельные соображения» ниже)

2. Ответ 2 («Выборка по районам»).

- (a) При полном обосновании: **10 баллов**. Из обоснований должно быть понятно, почему выбран именно этот вариант, а не другие. Если исключён только один из двух других вариантов, то ставится **4 балла**.
- (b) Исключение первого метода на основании того, что мы не знаем, сколько человек из какого района придёт на матч (то есть предполагается, что мы не умеем спрашивать в ходе опроса, из какого района респондент), считается корректным.

3. Ответ 3 («Отправить студентов»). Это неверный ответ, он обычно получает **0 баллов**.

Отдельные соображения

1. Только ответ без каких-либо объяснений: **0 баллов** (за любой пункт).
2. Сравнение стоимости рабочего времени Васи и студентов (при условии, что это рассуждение становилось основой для принятия решения об использовании или отбрасывании соответствующего метода): **2 балла** (но если это рассуждение повторяется в обоих пунктах, то всё равно ставится всего 2 балла).
3. Мелкие ошибки в рассуждениях или не слишком существенная невнимательность влечёт штраф в **2 балла**.
4. Предложен новый метод, не описанный в условии, но не противоречащий условию, при достаточном обосновании. Он может быть оценен аналогично альтернативам, перечисленным в условии, вплоть до выставления полного балла.
5. Различные разумные соображения по ходу решения, не являющиеся решением, могут быть оценены дополнительно в **1-2 балла**.

Задание 4. «Шахматный импорт»

а) При отказе от импорта объем выпуска каждой фирмы: $q_1 = q_0 \cdot 1,6 = 20 \cdot 1,6 = 32$. Общий объем продаж в отсутствии импорта равен $Q_1^s = 10q_1 = 320$ (**1 балл**). Используя функцию рыночного спроса, найдем равновесную цену в отсутствии импорта: $P_1 = (800 - Q_1^s)/30 = (800 - 320)/30 = 16$ (**1 балл**). Значит, при наличии импорта рыночная цена составляет $P_0 = P_1/1,6 = 10$ (**2 балла**), а равновесный объем спроса равен $Q_0 = Q_0^d = 800 - 30P_0 = 500$ (**1 балл**). При этом $Q_0^s = 20 \cdot 10 = 200$ ед. производится отечественными фирмами, а еще 300 ед. импортируется (**1 балл**).

б) Предложенное субсидирование не позволит сохранить первоначальное равновесие в отсутствии импортеров. Приведем расчеты. Определим сначала функцию предложения отечественных производителей. Известно, что предельные издержки каждой отечественной фирмы линейны, следовательно, предложение фирмы также линейно: $P = MC(q)$ (**1 балл**). Пусть $P_0 = a + bq$. Так как по условию $q_0(10) = 20$ и $q_1(16) = 32$, то функция предложения имеет вид $P_0 = q/2$ или $q_0 = 2P$. Тогда рыночное предложение имеет вид $Q_0^s = 10 \cdot 2P = 20P$ (**2 балла** за вывод функции предложения).

Введение потоварной субсидии $s = \Delta P = 6$ увеличит предложение: $Q_2^s = 20(P + 6)$ (вычисление предложения в случае с субсидией – **2 балла**). Равновесие будет отличаться от первоначального: $P_2 = 13,6$, $Q_2 = 392$. Значит, предложенная субсидия не поможет (**2 балла** за новое равновесие и ответ).

в) Ставка субсидии, необходимая для сохранения первоначального равновесия, может быть найдена из условия: $Q_2^s(P_0) = Q_0$ (**2 балла**), или $20(10 + s) = 500$ (**2 балла**), откуда $s = 15$ (**1 балл**). Значит, понадобятся значительно большие средства, чем предполагало правительство. Сумма затрат бюджета на субсидирование будет равна $S = 15 \cdot 500 = 7500$ (**2 балла**).

Критерии проверки:

- В пункте а) за решение без нахождения новой цены и нового выпуска также можно было получить полный балл.
- За верные ответы без пояснений ставилось **0 баллов**.

Задание 5. «Антимонопольная политика»

а) Рассмотрим монополиста, который думает, что он является совершенным конкурентом. Найдём его функцию предложения. Такой монополист будет решать задачу:

$$\pi(q) = pq - \frac{q^2}{4} \rightarrow \max_{q \geq 0}$$

Графиком функции $\pi(q)$ является парабола с ветвями вниз, вершина находится в точке $q = 2p$. Таким образом, $q_s(p) = 2p$ — это предложение фирмы (воспринимающей цену как заданную), которое будет являться одновременно и рыночным предложением, так как на рынке присутствует одна фирма. Функция предложения в условиях конкуренции имеет вид $q_s(p) = 2p$, спрос равен $q_d(p) = 30 - p$. Приравняв спрос и предложение, получим $p_c = 10$, $q_c = 20$. Отметим, что из всех цен, при которых монополист не попадает под штраф, оптимальной может быть лишь конкурентная цена $p_c = 10$. При этой цене монополист производит $q_c = 20$ и получает прибыль $\pi = 10 \cdot 20 - 0,25 \cdot 20^2 = 200 - 100 = 100$. Когда назначается цена выше конкурентной, прибыль монополиста и его задачу можно записать так:

$$\pi(p) = pq_d(p) - TC(q_d(p)) - t(p - p_c) \rightarrow \max_{p \geq p_c}$$

$$\begin{aligned} \pi(p) &= p(30 - p) - \frac{(30 - p)^2}{4} - t(p - 10) = 30p - p^2 - \frac{(900 - 60p + p^2)}{4} - tp + 10t = \\ &= 30p - p^2 - 225 + 15p - \frac{p^2}{4} - tp + 10t = (45 - t)p - \frac{5}{4}p^2 - 225 + 10t \rightarrow \max_{p \geq 10} \end{aligned}$$

Графиком функции $\pi(p)$ является парабола с ветвями вниз, ее вершина расположена в точке

$$p = 18 - \frac{2}{5}t.$$

При некоторых t монополист будет работать на неэластичном участке спроса, ничего удивительного нет. Область определения $p \geq p_c$, поэтому найденная оптимальная цена должна быть не ниже конкурентной:

$$p = 18 - \frac{2}{5}t \geq p_c = 10 \iff 18 - \frac{2}{5}t \geq 10 \iff \frac{2}{5}t \leq 18 - 10 = 8 \iff t \leq 8 \cdot \frac{5}{2} = 20$$

Таким образом, найденная оптимальная цена будет назначаться только когда $t \leq 20$, а когда $t \geq 20$, будет назначаться конкурентная цена p_c . Чтобы монополист выбрал такие же цену/количество, какие сложились бы в условиях конкуренции, нужно установить любое $t \geq 20$.

б) Превышение монопольной цены над конкурентной будет равно

$$p - p_c = 18 - \frac{2}{5}t - 10 = 8 - \frac{2}{5}t$$

Собранная сумма штрафа составит

$$T(t) = t(p - p_c) = t \left(8 - \frac{2}{5}t \right) = 8t - \frac{2}{5}t^2 \rightarrow \max_{t \geq 0}$$

Графиком функции $T(t)$ является парабола с ветвями вниз, поэтому оптимальный штраф находится в вершине параболы и равен $t = 10$.

Ответ: а) $t \geq 20$; б) $t = 10$.

Критерии проверки:

- Нахождение конкурентного равновесия (постановка и решение задачи совершенного конкурента, приравнивание спроса и предложения, нахождение равновесных цены/количества) — **5 баллов**
- Постановка задачи монополиста $\pi(p)$ или $\pi(q)$ при наличии налога — **2 балла**
- Решение задачи максимизации при налоге, получение зависимости $p(t)$ или $q(t)$ — **6 баллов**
- Сопоставление оптимальной цены (или количества) при налоге с конкурентной ценой (или количеством), нахождение ставки, выводящей монополиста в конкурентное равновесие, — **2 балла**
- В сумме за пункт а) — **5 + 2 + 6 + 2 = 15 баллов**
- Выписана целевая функция государства $T(t)$, либо $T(p)$, либо $T(q)$ — **2 балла**
- Решена задача государства — найдена оптимальная t — **3 балла**
- В сумме за пункт б) — **2 + 3 = 5 баллов**
- В сумме за задачу — **15 + 5 = 20 баллов**
- Если в качестве ответа в пункте а) написано $t = 20$ вместо $t \geq 20$ — **минус 1 балл**
- Не проверено, что подозрительная точка является точкой максимума — **минус 1 балл**
- За алгебраические ошибки — **минус 1 балл** сразу же, а дальше в зависимости от того, насколько сильно эта ошибка исказила решение и ответ.

Комментарии по проверке:

- Многие участники находили оптимум фирмы-монополиста в отсутствие налога ($p = 18, q = 12$). Баллы за этот шаг не начислялись, так как, во-первых, не было задания находить этот оптимум, во-вторых, поиск оптимума без налога не делает участника ближе к правильному ответу (т.е. продвижением это назвать нельзя) — фактически участники сами себе задали вопрос и сами же на него ответили.
- Во многих работах не было понимания, что цена, назначаемая монополистом при налоге, отрицательно зависит от ставки налога (монополярная цена по каким-то причинам считалась равной 18 всегда). Такие работы могли претендовать согласно критериям только на первые 5 баллов.
- Решения, где конкурентная цена полагалась параметром (вместо числового значения), автоматически в соответствии с критериями оценивания теряли 5 баллов, т.е. оценивались исходя из максимума в 15 баллов.
- Трижды необходимо было проверить, что подозрительная точка является точкой максимума: при решении задачи совершенного конкурента, при решении задачи монополиста в условиях налога, при решении задачи государства. Это, например, могли быть фразы или рисунки «парабола с ветвями вниз», «первая производная убывает», «вторая производная отрицательна». Соответственно, конкурсант мог потерять на этом до 3 баллов — ровно столько баллов, сколько раз учитывались условия первого порядка и игнорировались условия второго порядка.