

Решения заданий Первого школьного конкурса РЭШ

Задание 1. Рассмотрим в качестве товара из супермаркета плитку шоколада. Каждый посетитель магазина готов заплатить за шоколадку определенную максимальную цену, зависящую как от собственного дохода, так и от собственных предпочтений в еде. Допустим, что богатый покупатель, любящий шоколад, готов заплатить за шоколадку 50 рублей, в то время как небогатый покупатель, безразличный к сладостям, готов заплатить за ту же самую шоколадку не более 10 рублей. При одинаковых вкусовых предпочтениях потребитель, имеющий меньший доход, готов заплатить за шоколадку меньшую цену. Как правило, средний пенсионер имеет более низкий доход, чем средний посетитель супермаркета. Предположим, что супермаркет закупает у производителя плитку шоколада по цене 15 рублей за штуку, а продает — по 25 рублей. Допустим, что некоторый пенсионер готов заплатить за шоколадку не более 20 рублей. Выгодно ли супермаркету закупить у производителя одну плитку шоколада и продать ее этому пенсионеру по цене 20 рублей? Да, выгодно, поскольку эта операция принесет супермаркету прибыль 5 рублей. В этом состоит основная идея так называемой *ценовой дискриминации*: магазин стремится разделить посетителей на несколько групп и продать товар каждой группе по максимальной цене, которую покупатели из этой группы готовы заплатить. Именно этим объясняются скидки пенсионерам.

Ответ на второй вопрос задачи также связан с дискриминацией, только не ценовой, а временной. Любой популярный супермаркет сталкивается с проблемой возникающих очередей в «пиковое» время вечером в будние дни. Очереди доставляют неудобство покупателям и могут побудить их не приходить в этот супермаркет в следующий раз. Поэтому руководство магазинов старается развести покупателей по времени. Так как работающие люди никак не могут прийти за покупками утром, то магазину было бы выгодно, чтобы утром приходили неработающие пенсионеры. Делая скидку пенсионерам действительной лишь в утреннее время, супермаркет фактически вынуждает их приходить за покупками утром. Таким образом супермаркет уменьшает очереди в вечернее время.

Комментарии проверяющего. Участники олимпиады неплохо справились с этой задачей. Для получения максимального балла не требовалось упоминание самого термина «дискриминация», было достаточно описать идею разделения покупателей на несколько групп. Ответ на каждый из двух вопросов оценивался в 2,5 балла. За верные рассуждения, не связанные напрямую с экономическими принципами ценообразования (социальная ответственность, улучшение имиджа супермаркета и т.п.) можно было получить не более 1 балла.

Задание 2. а) В условии задачи вкралась досадная опечатка: необходимо сравнивать прирост цен и инфляцию в 2020 и в 2021 году, а не в 2021 и в 2022 году (по условию задачи невозможно определить прирост цены и инфляцию в 2022 году). В 2020 году прирост цены составил $120 - 100 = 20$ сантиков, в 2021 году $142 - 120 = 22$ сантика. Таким образом, прирост цены был выше в 2021 году. Инфляция в 2020 году составила $\frac{20}{100} \cdot 100\% = 20\%$, в 2021 году — $\frac{22}{120} \cdot 100\% \approx 18.3\%$. Следовательно, инфляция была выше в 2020 году.

б) Так как в 2031 году соленый огурец подорожал на 20%, то 1 января 2031 года он

стоил $100 \cdot (1 + \frac{20\%}{100\%}) = 120$ сантиков. Поскольку в 2031 году соленый огурец подешевел на 20%, то 1 января 2032 года он стоил $120 \cdot (1 - \frac{20\%}{100\%}) = 96$ сантиков. Таким образом, 1 января 2031 года соленый огурец был дороже на 24 сантика, чем 1 января 2032 года. Обратите внимание на то, что 1 января 2032 года соленый огурец стоил на 4 сантика дешевле, чем 1 января 2030 года.

в) Аналогичными расчетами получаем, что 1 января 2041 года огурец стоил 120 сантиков, а килограмм капусты — 70 сантиков. Расходы Васи в 2040 году составили $100 \cdot 100 + 50 \cdot 50 = 12500$ сантиков, а в 2041 году — $120 \cdot 100 + 70 \cdot 50 = 15500$ сантиков. Таким образом, в 2041 году его расходы выросли на $(\frac{15500}{12500} - 1) \cdot 100\% = 24\%$. Аналогично, расходы Пети в 2040 году составили 10000 сантиков, а в 2041 году — 13000 сантиков, т.е. выросли на 30%.

Если набор товаров, потребляемый жителем, остался неизменным, то его расходы в 2041 году по сравнению с 2040 годом не могли вырасти больше, чем на 40%. Действительно, если и в 2040, и в 2041 годах он потреблял a огурцов и b кг капусты, то в 2040 году его расходы составили $100a + 50b$ сантиков, а в 2041 — $120a + 70b$ сантиков, что не больше, чем $140a + 70b$ сантиков, что ровно на 40% больше расходов 2040 года. Однако если набор товаров, потребляемых некоторым жителем Кукумбрии, мог измениться в 2041 году по сравнению с 2040 годом, то и его цена могла вырасти больше, чем на 40%. Приведите соответствующий пример самостоятельно.

г) Первого января 2040 года Коля потратил по 10000 сантиков на огурцы и капусту, поэтому он купил 100 огурцов и 200 кг капусты. Первого января 2041 года Коля потратил уже по 10500 сантиков на оба товара, но купил лишь $10500/120 = 87.5$ огурцов и $10500/70 = 150$ кг капусты. Набор из 100 огурцов и 200 кг капусты 1 января 2041 года стоил $120 \cdot 100 + 70 \cdot 200 = 26000$ сантиков, так что индекс Ласпейреса составил $(\frac{26000}{20000} - 1) \cdot 100\% = 30\%$. Набор из 87.5 огурцов и 150 кг капусты 1 января 2040 года стоил $100 \cdot 87.5 + 50 \cdot 150 = 16250$ сантиков, так что индекс Пааше составил $(\frac{21000}{16250} - 1) \cdot 100\% \approx 29.2\%$. Получилось, что индекс Ласпейреса показал более высокую инфляцию. Скорее всего, так будет и в реальной экономике: основная причина такого эффекта в том, что при неравномерном подорожании товаров потребители обычно переключаются на те товары, которые дорожают в меньшей степени. Поскольку товары, подорожавшие в меньшей степени, входят в индекс Пааше с большим весом, чем в индекс Ласпейреса, то индекс Пааше оказывается меньше индекса Ласпейреса.

д) Вместе с тем, если такого переключения нет, то индекс Пааше может оказаться выше индекса Ласпейреса. Например, если в том же примере Коля в 2039 году имеет доход 16250 сантиков и 1 января 2040 года покупает 87.5 огурцов и 150 кг капусты, а в 2040 году имеет доход 27000 сантиков и 1 января 2041 года покупает 100 огурцов и 200 кг капусты, то, наоборот, индекс Ласпейреса составит примерно 29.2%, а индекс Пааше — 30%.

Комментарии проверяющего. В пунктах а) и б) школьник получал полный балл (по 2 балла за пункт), если правильный ответ подкреплялся соответствующими вычислениями. При этом в пункте б) ставился бонус в полбалла, если школьник заметил, что в условии допущена опечатка. В пункте в) максимум составлял 4 балла. Из них 3 балла ставилось, если был правильно определен рост расходов Васи и Пети. Еще один балл ставился, если было сказано, что рост стоимости корзины больше чем на 40% возможен при изменении структуры потребления. Если школьник доказал,

что рост стоимости корзины больше чем на 40% невозможен при неизменной структуре потребления, то за это ставилось полбалла. Пункт г) объективно оказался самым трудным, поэтому за него можно было получить 6 баллов. За правильное вычисление индексов Ласпейреса и Пааше ставилось 4 балла. Еще 2 балла ставилось, если школьник обосновал, почему в реальной экономике индекс Ласпейреса показывает большие значения, чем индекс Пааше. Пункт д) стоил 1 балл. Его можно было получить за конкретный численный пример экономики, в которой индекс Ласпейреса оказался ниже индекса Пааше. Полбалла ставилось, если было сказано, что индекс Пааше может быть выше индекса Ласпейреса при снижении цен.

Задание 3. а) Задача эквивалентна тому, чтобы найти такую точку X на отрезке AE , для которой сумма

$$XA + XB + XC + XD + XE \quad (1)$$

(сумма расстояний от точки X до точек A, B, C, D, E) минимальна. Легко видеть, что для любой точки X на отрезке AE выполняются соотношения

$$XA + XE = AE, \quad (2)$$

$$XB + XD \geq BD, \quad (3)$$

$$XC \geq 0, \quad (4)$$

причем неравенство (3) обращается в равенство в точках отрезка BD и только в них, а неравенство (4) обращается в равенство лишь в точке C . Складывая почленно (2), (3) и (4), получаем неравенство

$$XA + XB + XC + XD + XE \geq AE + BD,$$

причем неравенство обращается в равенство в точке C и только в ней. Следовательно, сумма (1) минимальна для точки $X = C$, и метеоролог должен поселиться в городе C .

б) Аналогичными рассуждениями нетрудно показать, что метеоролог может поселиться в любой точке отрезка RS (проделайте это самостоятельно!)

Комментарии проверяющего. К сожалению, работы, в которых присутствовало строгое математическое доказательство, можно пересчитать по пальцам. В основном в пункте а) школьники ограничивались утверждением о том, что метеорологу выгоднее всего поселиться в городе C , иногда дополняя это утверждение расчетом суммы расстояний до пяти городов от точек A, B, C, D, E . Такое решение не претендует на полноту, поскольку не объясняется, почему сумма расстояний от точки C до пяти городов Куккумбрии меньше, чем сумма расстояний от любой другой точки отрезка до тех же пяти городов. При наличии правильного ответа, но отсутствии доказательства в пункте а) ставился 1 балл из 5, в пункте б) — 2 балла из 5. Кроме того, в пункте б) часто встречающаяся в решениях фраза «метеоролог должен поселиться между R и S » не считалась правильным ответом, поскольку непонятно, что имеется

виду: какая-то одна конкретная точка отрезка RS (например, середина отрезка RS по аналогии с пунктом а) или любая точка отрезка RS . Правильно было бы написать «метеоролог должен поселиться в любой точке между R и S » и затем доказать это.

Задание 4. Существуют как позитивные, так и негативные ожидаемые последствия введения аукционной системы продажи прав собирать штрафы на дорогах. Главным позитивным изменением может стать исчезновение взяточничества в среде инспекторов дорожного движения. Проблема со взятками состоит в том, что инспекторы готовы брать взятку в размере, существенно меньшем, чем официальный штраф за нарушение. В этом случае нарушителю выгоднее дать взятку, чем заплатить официальный штраф. Давайте теперь представим, что внедрена система, описанная в условии. Предположим, что некоторый инспектор дорожного движения купил на аукционе у государства право собирать штрафы в свой карман. Остановив нарушителя, выгодно ли ему брать взятку в размере, меньшем, чем официальный штраф? Нет, поскольку и штраф, и взятку он забирает целиком себе.

Однако поможет ли предложенная мера победить беспорядок на дорогах? Проблема кроется в том, что хозяева-регулирующие будут заинтересованы не в безопасности и организованности движения, а в максимизации собираемых штрафов. Более того, хозяева-регулирующие как раз заинтересованы, чтобы нарушения не прекращались, а происходили постоянно, потому что штрафы за эти нарушения и будут составлять их доход. У владельцев прав собирать штрафы возникают стимулы, полностью противоположные общественно желаемым. Если инспектора имеют возможность провоцировать нарушения, то у них будет большой соблазн использовать эту возможность. В результате количество аварий и нарушений только увеличится.

Комментарии проверяющего. Предложенный вопрос относится к той категории задач, в которых нет однозначно правильного ответа. Положительно оценивались любые логически обоснованные рассуждения о последствиях введения приватизации права собирать штрафы. Участник мог претендовать на полный балл, если он рассмотрел проблему с разных сторон, привел аргументы за и против введения новой системы сбора штрафов. Чем более развернутым и обоснованным был ответ, тем больший балл получал школьник.

Задание 5. Убедимся, что условия страхования действительно невыгодны. Задержка 5% рейсов означает, что опаздывает один рейс из двадцати. Значит, если все время покупать страховку, то за 20 рейсов будет потрачено 6000 сантиков (стоимость 20 полисов), а выплачено в среднем лишь 3000 (за один задержанный рейс). Таким образом, средние убытки покупателя страховки составят 3000 сантиков на 20 рейсов.

Почему же тогда многие люди предпочли все-таки купить полис? Это можно объяснить следующим образом. Выплаты по полису происходят именно тогда, когда рейс задержали, и, соответственно, клиент терпит связанные с этим неудобства (упущенный доход из-за сорванной сделки, расходы на такси вместо автобуса, моральные переживания и т.п.). В результате задержки самолета клиент становится беднее. В этом состоянии каждый дополнительный сантик он ценит выше, чем когда он богатый, и поэтому он готов переплачивать за страховой полис в «богатом» состоянии мира ради того, чтобы получить компенсацию в «бедном» состоянии мира.

Комментарии проверяющего. Обсудим некоторые встретившиеся в работах идеи.

1) Цитата: *«Очевидно, что $150 < 300$, и поэтому полис покупать невыгодно, но люди недалёковидные (или просто учили экономическую теорию), и поэтому покупают».*

Комментарий. Наоборот, основной предпосылкой при экономическом анализе является то, что люди выбирают наилучшую с их точки зрения альтернативу из доступных. После этого экономисты изучают их выбор, пытаясь понять, почему именно эта альтернатива является оптимальной. Это помогает, например, предсказывать выбор потребителей в новых ситуациях.

2) Цитата: *«Страховой полис скорее купят те, кто страдает от задержки достаточно сильно: например, бизнесмены, у которых может сорваться сделка, или просто те, у кого высокая зарплата и, соответственно, высокие альтернативные издержки потерянного времени. А вот люди, которым примерно безразлично, прилететь вовремя или на пару часов позже, не будут покупать полис».*

Комментарий. Это было бы отличным объяснением, если бы обсуждался выбор между обычным самолетом и каким-нибудь особенным, который летает быстрее и никогда не опаздывает. У нас же иной случай: если рядом летят два человека, у одного из которых есть страховой полис, а у другого нет, то они в равной мере подвержены риску опоздания. И тогда, если бизнесмен находит выгодным заплатить 300 сантиков за участие в такой лотерее (получить 3000 сантиков с вероятностью 5%), то же почему другие люди поступают иначе?

3) Цитата: *«Вероятность опоздания зависит от того, какие усилия авиакомпания предпринимает, чтобы не допустить опоздания. Если она продаст много полисов, то у нее будет стимул прилагать эти усилия в значительной мере. Люди покупают полис, чтобы, воздействуя на поведение компании, понизить вероятность опоздания».*

Комментарий. Даже если компания способна влиять на вероятность задержки, не очевидно, что клиенту будет выгодно купить полис. Ведь если вероятность задержки снижается, то снижается и ценность полиса для его владельца. Тогда человек, предвидя, что другие люди будут покупать полисы, может предпочесть не покупать полис. Если все будут думать так же, то может получиться, что никто не купит полис. Это так называемая в экономической теории «проблема безбилетника». Она возникает тогда, когда, покупая товар, человек оказывает положительный внешний эффект: покупка полиса снижает вероятность задержки самолета, но выгоду от этого получают все пассажиры, а не только он.

4) Цитата: *«Многие люди любят рисковать; их привлекает возможность получить в 10 раз больше, чем стоимость полиса, пусть и с маленькой вероятностью».*

Комментарий. Это могло бы быть корректным объяснением, если предположить, что 3000 сантиков намного больше, чем ущерб, который клиент терпит из-за опоздания. Если же 3000 примерно равны этому ущербу или меньше его, то покупка полиса сглаживает различие между хорошим и плохим состояниями мира; в этой ситуации «рискнуть» значило бы, наоборот, не покупать полис.

Максимальное количество баллов, которое можно было получить за эту задачу, равно 5. За сравнение математических ожиданий (то есть за доказательство невыгодности полиса в среднем) ставилось 2 балла. Еще 3 балла ставилось за идею о том, что от состояния мира зависит предельная полезность денег. Также можно было получить

1 балл за теоретически обоснованную иррациональность в поведении потребителей, например, стадное поведение (другие покупают — и я куплю).

Задание 6. В данном случае экономист-исследователь заблуждается. Он делает вывод о том, что математические способности передаются по наследству на основании наблюдения, что дети научных сотрудников или преподавателей математического факультета КГУ показали результаты на олимпиаде, превосходящие средние. Однако такой вывод некорректен. Более высокие результаты того или иного участника олимпиады не обязательно свидетельствуют о его природенных математических способностях. Безусловно, найденная экономистом закономерность не случайна — дети математиков из КГУ действительно объективно лучше умеют решать олимпиадные задачи, чем средний участник олимпиады. С чем это может быть связано, кроме переданных от родителей генов? На результат олимпиадной работы школьника влияет не только его природная способность к математике, но и его подготовка, опыт решения нестандартных задач, различные дополнительные знания по предмету. Основной причиной более качественной подготовки детей математиков КГУ может быть то, что их родители уделяли особенное внимание их успеваемости по математике, помогали им при обучении, консультировали в случае трудностей, а также обучали тем или иным продвинутым техникам решения нестандартных задач. Возможно, для математиков КГУ сделать своего ребенка отличником по математике — дело чести, поэтому такие родители будут заставлять своих детей учить математику больше, чем остальные, что приводит к лучшей математической подготовке таких школьников по сравнению с остальными детьми.

Таким образом, высокие результаты на математической олимпиаде детей работников математического факультета КГУ нельзя однозначно интерпретировать как результат передавшихся по наследству способностей к точным наукам. Как можно увидеть чистый «наследственный эффект»? Для этого нужно исключить эффект дополнительной подготовки, которую дают математики КГУ своим детям. Можно предложить несколько исследований. Например, можно взять выборку из детей математиков КГУ, которые не получали от родителей никакой поддержки по математике, и сравнить их результаты с результатами тех, у кого родители не работают на математическом факультете КГУ. Получим две группы, отличающиеся только признаком «математической наследственности» и одинаковые во всем остальном. Сравнивая две эти группы, можно увидеть, какую добавку к результату олимпиады дает (если дает) наличие одаренных родителей. Другой вариант — рассмотреть выборку из приемных детей, которые были усыновлены математиками из КГУ (если эта выборка достаточно большая). У таких детей нет «математической наследственности», но есть родители, которые помогают им осваивать математический материал. И если окажется, что эти дети покажут более низкие результаты, чем родные дети исследователей из КГУ, то это и будет та разница, которую можно объяснить исключительно наследственностью.

Мы обсудили лишь один аргумент против вывода экономиста-исследователя, однако претензий гораздо больше. Более высокие результаты детей преподавателей математического факультета КГУ, также могут быть следствием, например, того, что авторами заданий олимпиады были именно их родители. Грамотный экономист должен принимать во внимание подобные факторы и проверять соответствующие гипотезы.

Комментарии проверяющего. Практически все школьники догадались, что вы-

сокие результаты детей математиков КГУ обусловлены прежде всего дополнительными занятиями и определенным воспитанием, а не «математическими» генами. Также многие отметили, что родители, составлявшие задачи, могли подсказать решение своим детям, улучшив их отметки по сравнению со средними результатами. Меньшее количество конкурсантов смогли предложить правильный вариант исследования, позволяющий оценить влияние наследственности на математические способности. Главная идея такого исследования состоит в том, чтобы корректно отсеять влияние фактора «математического» воспитания. В решениях предлагались самые разные варианты исследований. Например, некоторые предлагали провести независимый конкурс (чтобы задания составляли не математики КГУ, а сторонние эксперты) или рассказать новую тему и по ней провести тест. Такие меры не позволяют, однако, отсеять фактор подготовки родителями, поскольку при прочих равных с новой темой лучше справится подготовленный родителями-математиками школьник, а это значит, что отфильтровать фактор воспитания не получится. Такой метод может помочь исключить подсказки со стороны родителей, но этого не достаточно. Предлагалось проводить исследования в раннем детстве, когда фактор дополнительной подготовки еще не оказывает существенного влияния. Такой ответ рассматривался как в целом правильный, но недостаточный. Некоторые предлагали проводить биологические генные исследования. Такой ответ не считался удовлетворительным, поскольку данный ответ являлся, по существу, уходом от вопроса. Наиболее высоко оценивались ответы, которые предполагали сравнение результатов двух групп людей, описанных в решении. При проверке премировались подробные и последовательные ответы, а сухие и краткие ответы получали минимальное количество баллов.

Задание 7. а) Петя будет копить деньги на мотоцикл $\frac{100000}{2000} = 50$ месяцев.

б) Через t лет в распоряжении Пети будет $50000 \cdot 1,07^t$ сантиков. Необходимо найти минимальное целое t , удовлетворяющее неравенству

$$50000 \cdot 1,07^t \geq 100000.$$

Несложно убедиться, что $t = 11$ этому неравенству удовлетворяет, а $t = 10$ — нет. Значит, Петя будет копить на мотоцикл 11 лет.

в) Основной риск, с которым столкнется Петя, если воспользуется советом сотрудницы банка, — это риск изменения курса доллара по отношению к сантику. Цена мотоцикла фиксирована в сантиках, а получать деньги после окончания срока вклада Петя будет в долларах. Он может быть приятно удивлен, если курс доллара за время, на которое он открыл депозит, существенно вырастет. Однако если курс доллара упадет, то Петя так и не сможет купить мотоцикл. Если в случае вклада в сантиках мы смогли определить срок, когда Петя купит мотоцикл (см. пункт б), то, вложив деньги в доллары, Петя не сможет точно определить дату покупки. Кроме того, необходимо отметить, что процентная ставка по вкладу в долларах ниже, чем процентная ставка по вкладу в сантиках. Следовательно, Петя должен принимать решение о переводе денег в доллары только в том случае, если он уверен в существенном росте курса доллара по отношению к сантику в будущем.

Комментарии проверяющего. Максимально за пункт а) можно было получить 1 балл. В целом участники олимпиады неплохо справились с поставленным вопросом. Основным недочетом было написание ответа без решения, за что ставилось 0,8

балла. Максимально за пункт б) можно было получить 3 балла. С этим пунктом школьники справились хуже, чем с пунктом а). Основной ошибкой в работах было то, что участники упускали из виду тот факт, что процентные выплаты суммируются с размером вклада. В этом случае за решение ставилось 0 баллов. Также во многих работах участники забывали, что проценты по вкладу начисляются в конце года и, следовательно, ответом является целое число лет. При правильном в остальном решении за это ставилось 2.5 балла. Максимально за пункт в) можно было получить 6 баллов. Максимальная оценка ставилась, если участник указал на валютный риск Пети в будущем, а также описал текущую ситуацию.

Задание 8. Прежде всего необходимо убедиться, что задача имеет решение. Другими словами, надо доказать, что, во-первых, торг закончится, а во-вторых, цена, на которой закончится торг, будет вполне определенной (то есть цена не будет зависеть от стратегий рационально торгующихся игроков). По условию ставки игроков выражаются целым числом копеек, поэтому каждая очередная уступка никак не меньше 1 копейки. Следовательно, торг гарантированно закончится не позднее, чем через 10000 шагов. На первом шаге торга продавец, может назвать не более 10000 различных цен (от 100 рублей до 199 рублей 99 копеек с интервалом в 1 копейку). Покупатель в ответ также может назвать не более 10000 различных цен. На 2-ом, ..., 10000-ом шаге торга также может быть названо не более 10000 различных цен. Отсюда следует, что существует не более 10000^{10000} различных «партий» — вариантов развития событий в данном торге. Значит, мы имеем дело с конечной игрой. Известно, что в конечных играх решение существует (теорема Цермело-Кюна). В качестве хорошего упражнения постарайтесь самостоятельно доказать этот факт, рассмотрев игру «с конца».

Покажем, что продавец может гарантированно продать товар по 150 рублей. Действительно, если на первом ходу продавец называет заявку 150 рублей, то из-за условий торга покупателю ничего не остается, кроме как согласиться с этой ценой, поскольку делать скидку менее 50 рублей он не имеет права (торг джентльменский!).

Укажем стратегию покупателя, с помощью которой он может купить товар не дороже, чем за 150 рублей. Пусть на первом ходу продавец сбрасывает цену на товар до цены X , $100 \leq X \leq 200$. Если $X \leq 150$, то покупатель соглашается с этой ценой. Если $X > 150$, то покупатель в ответ называет цену 150. В соответствии с условиями джентльменского торга продавец будет вынужден согласиться с этой ценой. Таким образом, у покупателя существует стратегия, позволяющая ему купить товар не дороже, чем за 150 рублей.

Рассмотрим теперь любую из не более чем 10000^{10000} возможных партий. Если эта партия заканчивается тем, что товар продается по цене, превышающей 150 рублей, то это означает, что покупатель играл неоптимально (так как у покупателя есть стратегия, позволяющая ему купить товар за 150 рублей). Напротив, если партия заканчивается тем, что товар продается по цене, меньшей 150 рублей, то это означает, что продавец играл неоптимально (так как у продавца есть стратегия, позволяющая ему купить товар за 150 рублей).

Таким образом, если оба участника торга ведут себя рационально, то товар будет продан по цене 150 рублей. Заметим, однако, что существует более одной партии, в которой игроки ведут себя рационально, а товар продается по цене 150 рублей. Один пример такой партии уже был приведен выше: продавец на первом ходу продавец

называет заявку 150 рублей, а покупатель соглашается с этой ценой. Другой пример: продавец на первом ходу называет заявку 199 рублей 99 копеек, покупатель отвечает заявкой 150 рублей, продавец соглашается. Постарайтесь самостоятельно описать все возможные партии, в которых игроки ведут себя рационально.

Комментарии проверяющего. Эта задача оказалась самой трудной задачей варианта. Мы поощряли любое решение, в котором содержались определенные продвижения. Как правило, полный балл можно было получить за доказательство того, что каждый из игроков может обеспечить себе цену 150 рублей и доказательство нерациональности поведения игроков в партиях, заканчивающихся исходом, отличным от 150 рублей. Во многих работах приводились лишь определенные варианты развития торга, что, конечно, не является решением.

Задание 9. а) Страна А обладает более эффективной технологией производства яблок, а страна В обладает более эффективной технологией производства апельсинов. В данной ситуации странам выгодно специализироваться на выращивании тех фруктов, которые у нее получается выращивать эффективнее. Покажем, что в такой ситуации торговля выгодна обеим странам. Пусть страна А выращивает m_A килограмм яблок и n_A килограмм апельсинов, а страна В выращивает m_B килограмм яблок и n_B килограмм апельсинов, $m_A, m_B, n_A, n_B \geq 1$. Пусть страна А откажется от производства 1 килограмма апельсинов и вырастит вместо этого 2 килограмма яблок, а страна В откажется от производства 1 килограмма яблок и вырастит вместо этого 2 килограмма апельсинов. Если после этого страна А обменяет 1 килограмм своих яблок на 1 килограмм апельсинов из страны В, то страна А сможет получить $m_A + 1$ килограмм яблок и n_A килограмм апельсинов, а страна В сможет получить m_B килограмм яблок и $n_B + 1$ килограмм апельсинов. Следовательно, обе страны выиграют в результате такой торговли.

б) Пусть при торговле установился обменный курс k яблок за 1 апельсин. Заметим, что $k \leq 2$, поскольку в противном случае торговля будет невыгодна стране А (у страны А есть технология, позволяющая вырастить один апельсин вместо двух яблок). Кроме того, $k \geq \frac{1}{2}$, поскольку иначе торговля будет невыгодна стране В.

Страна А за k экспортируемых яблок получит $1 - x$ апельсин. Чтобы торговля была выгодна стране А, должно выполняться неравенство

$$\frac{k}{1-x} \leq 2. \quad (5)$$

Страна В за 1 экспортируемый апельсин получит $k(1-x)$ яблок. Чтобы торговля была выгодна стране В, должно выполняться неравенство

$$\frac{k(1-x)}{1} \geq \frac{1}{2}. \quad (6)$$

Получаем систему из двух неравенств (5) и (6). Решая эту систему, получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{1-x} \leq 2 \\ \frac{k(1-x)}{1} \geq \frac{1}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 1 - \frac{1}{2k} \\ x \leq 1 - \frac{k}{2} \end{array} \right.$$

Легко видеть, что графики функций $f(k) = 1 - \frac{1}{2^k}$ и $g(k) = 1 - \frac{k}{2}$ пересекаются в точке $k = 1$, причем $f(1) = g(1) = \frac{1}{2}$. Кроме того, функция $f(k)$ является монотонно возрастающей, а функция $g(k)$ — монотонно убывающей. Следовательно, максимальное значение x , удовлетворяющее системе уравнений, равно $\frac{1}{2}$. Таким образом, торговля выгодна обеим странам, если в ходе экспорта/импорта портится не более 50% фруктов.

Комментарии проверяющего. За первый пункт ставилось 9 баллов, за второй — 6 баллов. Основная ошибка в первом пункте — подмена относительных преимуществ большой страны абсолютными преимуществами. Достаточно часто в ответах происходила путаница с терминами; возможно, стоит еще раз просмотреть учебники на предмет отличия этих двух понятий. При проверке снимались баллы, если не был указан диапазон торговли и не учитывался абсолютный размер страны, так как при определенных ценах обмена маленькая страна даже при полной специализации не может полностью удовлетворить спрос большой страны. Во втором пункте самая распространенная ошибка заключалась в том, что учащиеся забывали, что торговля идет в обе стороны. Соответственно, портятся не только экспортируемые, но и импортируемые товары. Таким образом, получалось 75% вместо 50%. За решение, состоящее из одного ответа в виде числа, ставилось 0 баллов, даже если доля x была угадана верно. В целом ряде работ была выявлена внутренняя противоречивость рассуждений — при отрицательном ответе на пункт а) во втором пункте приводилась доля порченных фруктов, при которой торговать оказывалось выгодно!

Задание 10. а) Во время эпидемии гриппа растет спрос на маски, люди готовы больше за них платить. Если в краткосрочной перспективе увеличить предложение масок невозможно, то производители повышают цены. Заметим, что при наличии большого числа производителей и продавцов масок и при возможности неограниченно увеличить производство масок с исходными издержками цена на маски расти не будет.

б) В результате искусственного ограничения цен у производителей не будет стимулов увеличивать производство масок. Это приведет к тому, что на рынке возникнет дефицит масок, так как спрос превысит предложение. Не исключено, что возникнет черный рынок масок с ценой, превышающей государственную.

в) Можно ввести для производителей масок налоговые льготы. Это снизит себестоимость производства масок и приведет к росту предложения. В случае, если на рынке есть конкуренция, цена на маски снизится. Государство также может субсидировать производителей, выплачивая производителям за каждую проданную маску определенную сумму денег. Это позволит производителям увеличить выпуск при той же рыночной цене.

Комментарии проверяющего. В пункте а) большинство участников верно отметили, что рост цены вызван ростом спроса на медицинские маски во время эпидемии. Простая констатация факта увеличения спроса оценивалось одним баллом. Если участник демонстрировал рост цены с помощью графика спроса и предложения или иным образом поддерживал свое утверждение, то работа оценивалась в два балла. В пункте б) многие участники верно перечислили возможные последствия ограничения цены: дефицит масок, возникновение «черного рынка», снижение качества масок, рост цен на товары-заменители. Этот пункт оценивался исходя из максимума в четыре балла. Участник олимпиады получал один балл, если упоминал одно из возможных последствий, два балла - если достаточным образом обосновывал возникновение этого

последствия. В пункте в) некоторые участники конкурса предложили меры сильного государственного вмешательства в экономику, такие как создание госпредприятий по производству масок, бесплатная раздача масок населению, фиксирование максимально возможной розничной цены, а также меры по контролю за соблюдением этого ограничения: рейды контрольных комиссий по аптекам, отзыв лицензий у аптекарушителей. Однако положительно оценивались только работы, предложившие экономические меры стимулирования роста предложения масок: снижение налогов или предоставление субсидий предприятиям, производящим маски, снижение импортных пошлин на маски. Также положительно, но меньшими баллами, оценивались такие меры, как государственный заказ с последующей продажей по фиксированной цене или бесплатной раздачей необеспеченным слоям населения, заблаговременное создание государственного резерва масок. За пункт в) можно было получить четыре балла. Простое перечисление одной из разумных мер сдерживания цены оценивалось одним баллом, если предложенная мера была обоснована, то участник получал за нее два балла.