



10 класс

7 марта 2022 года

Время написания – 235 минут

Количество задач – 4

Сумма баллов – 150

Заключительный этап

Московской олимпиады школьников – 2022

ПО ЭКОНОМИКЕ

Все задачи требуют записи подробного решения. Все действия в решении должны быть обоснованы. Все утверждения, содержащиеся в решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений.

Все не общеизвестные факты, не следующие явно из условия, должны быть доказаны. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Рекомендуем все вычисления производить, не используя черновик.

Старайтесь излагать свои мысли чётко, писать разборчиво. Зачёркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачёркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всякий раз чётко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта (1) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на неё.

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми.

Удачи!

Задача 1. Подарок от бабушки

Рассмотрим два года из жизни Пети, которому сегодня исполнилось 18 лет. По такому случаю бабушка подарила ему на совершеннолетие 120 евро. Это был достаточно щедрый жест со стороны бабушки, потому что на 19 лет она ему пообещала подарить только 75 евро. Подаренные деньги Петя может либо потратить на развлечения, либо каким-то образом перераспределить их во времени. Например, он может часть денег сегодня сберечь, чтобы потратить в следующем году, либо потратить больше сегодня за счет средств будущего года. При этом предположим, что Петя принимает решение только на два года и не учитывает доходы и потребление в будущих периодах, а на момент 18ти лет не имеет никаких сбережений.

Межвременная функция полезности Пети имеет вид $U(c_1, c_2) = 120 \ln c_1 + \delta c_2$, где c_1 – расходы на развлечения в первый год, а c_2 – расходы на развлечения во второй год. Петя, как и все люди, по-разному относится к настоящему и будущему: фактор дисконтирования δ показывает, насколько развлечения сегодня важнее развлечений завтра или насколько нетерпелив Петя. Обычно фактор дисконтирования лежит в интервале от 0 до 1: чем меньше значение δ , тем нетерпеливее Петя, и поэтому он будет меньше заботиться о своем будущем; если $\delta = 1$, значит, будущее так же важно, как и настоящее. Известно, что фактор дисконтирования Пети δ лежит в интервале $(\frac{2}{3}, 1)$.

- 1) Допустим, ставка банковского процента равна 20% годовых, то есть если Петя сегодня отложит s ден. ед., то через год он получит $(1 + 0.2)s$, а если он сегодня возьмет в кредит b ден. ед., то через год он должен вернуть $(1 + 0.2)b$. Найдите уравнение межвременного бюджетного ограничения Пети и покажите его на графике (c_1, c_2) ; составьте целевую функцию Пети.
- 2) Найдите оптимальные размеры расходов на развлечения в каждом году.
- 3) Теперь допустим, что ставка по депозиту равна 20% годовых, а ставка по кредиту 25% годовых. Найдите уравнение нового бюджетного ограничения Пети. Подумайте, как распределение расходов Пети по годам зависит от размера δ . Определите, при каких значениях δ ставки дисконтирования Петя не будет являться ни заемщиком, ни сберегателем. [Подсказка: определите, когда Петя будет сберегать, а когда брать кредит.]
- 4) Предположим, государство ввело 20% налог на всю сумму вклада, включая проценты (то есть по истечении срока вклада государство забирает 20% от всей суммы к выплате). Выгодно ли Пете быть сберегателем в таких условиях?

Задача 2. Ценообразование в «Стране чудес»

Парк развлечений «Страна чудес» предлагает посетителям поездки на различных аттракционах. Парк является монополистом, поэтому имеет возможность выбирать любую ценовую политику по своему усмотрению. Маркетинговые исследования показали, что все посетители могут быть поделены на две *равные* группы (для удобства можно предположить, что количество потребителей в каждой группе равно единице). Типичный представитель первой группы имеет функцию спроса $q_1 = 100 - 10p$, а типичный представитель второй группы $q_2 = 80 - 10p$, где q – это количество поездок на аттракционах в год, а p – стоимость одной поездки в драмах.

Предельные издержки одной поездки на аттракционе постоянны и равны 4 драмам, постоянные издержки отсутствуют.

Руководство парка рассматривает различные варианты ценообразования и желает получить максимальную прибыль. Руководство парка может без труда различать посетителей из разных групп.

- 1) Допустим, парк решил поштучно продавать каждую поездку на аттракционе. Какие цены p_1 и p_2 назначит парк для разных типов посетителей? Какую прибыль получит парк?
- 2) Парк решил, что потребители теперь должны платить не только за каждую поездку на аттракционе, но еще и купить входной билет. Этот входной билет покупается раз в год и дает возможность целый год посещать парк. Допустим, парк решает продавать все поездки на аттракционах по себестоимости (то есть по 4 драмы). Какую плату T за входной билет должен назначить парк, чтобы получить максимальную прибыль? Какую прибыль получит парк в этом случае? [Подсказка: за входной билет потребитель готов заплатить сумму, не превышающую размер его потребительского излишка.]

- 3) Руководство парка считает, что стоит продавать поездки на аттракционах по цене, превышающей себестоимость. Вам необходимо определить такую единую для обеих групп покупателей цену p и такую стоимость входного билета T , при которой прибыль парка будет максимальной, и найти размер этой прибыли.
- 4) Жадный директор парка решил, что может для каждой группы покупателей не только назначить различную цену за поездку на аттракционе, но и установить для них разную цену за входной билет в парк. Какие цены p_1 и p_2 нужно назначить за поездку и сколько должны стоить входные билеты T_1 и T_2 при такой ценовой политике? Найдите соответствующую прибыль.
- 5) Вы выяснили, что размер прибыли в каждом случае будет различаться. Расставьте проекты от наименее к наиболее прибыльному. Используя экономическую интуицию, объясните, почему при ранжировании проектов по прибыльности они располагаются именно так.

Задача 3. Минералы и налоги

На территории небольшого островного государства открыли месторождение редкого минерала. Он настолько редкий, что его месячная добыча измеряется в килограммах. Месячный спрос на минерал в килограммах $Q = 100 - p$.

На острове есть только две фирмы, которые занимаются разработкой месторождений. Издержки каждой фирмы имеют вид $TC_i(q_i) = 0.5q_i^2 + 4q_i$, где q_i – количество добытого минерала в килограммах фирмой $i = \{1, 2\}$. Фирмы конкурируют, одновременно принимая решения об объёме выпуска, а цена на рынке формируется исходя из общего количества. Например, если обе фирмы выбрали выпуск по 10 единиц, то цена на рынке установится $P = 100 - 10 - 10 = 80$.

- 1) Правительство решило пополнить казну и ввело налог со ставкой t ден. ед. на каждый добытый килограмм минерала. Какую ставку налога необходимо установить, чтобы получить максимальные налоговые сборы? Чему равны сборы и какую прибыль получит каждая фирма?
- 2) Какую ставку налога на прибыль $100g\%$ нужно установить, чтобы получить такие же налоговые сборы, как в предыдущем пункте задачи? Какую прибыль получит каждая фирма в этом случае?

По просьбе делового сообщества, настаивавшего на смягчении налоговой политики и увеличении добычи минерала, правительство приняло решение изменить налоговые ставки, но так, чтобы налоговые сборы в итоге были бы не меньше 1024 денежных единиц. Какой из двух способов налогообложения оно выберет, стремясь удовлетворить пожелания делового сообщества? Какая ставка налога будет назначена и чему будет равен объём производства редкого минерала?

Задача 4. Квотирование

Издrevле фермеры Засенья выращивают зерно. Функция предложения зерна со стороны этих фермеров имеет вид $Q^s(p) = b\sqrt{p}$, а спрос на зерно со стороны местных жителей $Q^d(p) = \frac{a}{\sqrt{p}}$. На рынке Засенья сложилась равновесная цена, равная 9 талерам за бушель зерна.

- 1) Однажды в Засенью приехал представитель большого агрокомплекса, который был готов продать любое количество зерна по цене 4 талера за бушель. В тот день местные жители приобрели у него 5 бушелей пшеницы. Сколько бушелей зерна продали местные фермеры? Сколько бушелей зерна было приобретено покупателями?
- 2) Губернатор Засенья решил защитить местных фермеров и ввёл квоту на продажу зерна агрокомплексом: компании не разрешено продавать более 2,2 бушеля зерна. Какая цена в этом случае сложится на рынке? Сколько зерна продадут местные фермеры?
- 3) Приведите аргументы «за» (не более трёх) и «против» (не более трёх) меры, введенной губернатором Засенья. Есть ли у губернатора способы достичь той же цели при помощи других мер? Выберите лучшую меру и обоснуйте свой выбор.