*Добрый день, дорогой Друг!*

*Мы рады тебя приветствовать на олимпиаде Вечерней Школы МИЭФ. У тебя есть* ***230 минут*** *для решения* ***7 задач****.*

*Желаем удачи!*

**Задача №1. Тир. 15 баллов.**

Вито пришел с девушкой на ярмарку и решил выиграть для нее приз в тире. Мишенью является треугольник из банок, поставленных друг на друга так, что каждая банка опирается на две банки, которые стоят ниже. В верхнем ряду одна банка, во втором ряду две и так далее. Всего банок 10. У Вито есть один выстрел, который точно попадает в одну и только в одну выбранную Вито банку. Если какая-то банка опирается только на одну банку, то она упадет с вероятностью 0.5. Если банка ни на что (кроме стола) не опирается, то она упадет. Таким образом, если сбить банку из второго ряда, то с вероятностью 0.5 упадет еще и верхняя банка. Однако все не так просто: владелец тира кладет пробки в банки, чтобы они были более устойчивыми. Тогда верхняя банка падает при попадании с вероятностью 0.9, банки второго ряда - с вероятностью 0.7, банки третьего ряда - с вероятностью 0.5. В какую банку нужно выстрелить Вито, чтобы максимизировать ожидаемое количество упавших банок?

**Задача №2. Ипотека. 15 баллов.**

Дима берет ипотеку в банке «Закрытие» на 6 000 000 рублей на 10 лет под ставку 10% и обязуется платить равную сумму Х рублей в конце каждого года. Выплата происходит после начисления процентов.

Увидев вдохновляющий пост в соц. сетях, Дима решает начать экономить на всем: перестает пить какао, пересаживается с машины на велосипед и чистит зубы малым количеством воды.

В конце третьего, последнего года экономии, у Димы накапливается приличная сумма в 1 000 000 рублей, и он решает погасить часть долга. Уже по пути из банка Дима встречает на улице старого знакомого, который рассказывает о возможности рефинансироваться в другом банке «Дзета-Банк».

Довольный таким развитием событий, Дима рефинансируется под ставку 8 % на оставшуюся сумму после досрочного погашения миллиона. Срок до погашения- 7 лет, ежегодная сумма до погашения Y рублей.

а) Объясните, что такое:
- ипотека
- рефинансирование
- покупка залоговой недвижимости

б) Найдите равную ежегодную выплату Х до рефинансирования.

в) Найдите равную ежегодную выплату Y.

г) Почему нельзя, взяв кредит и передумав его выплачивать, отдать его обратно, ничего при этом не потеряв?

**Задача №3. Берт-порт и печенье на побережье. 15 баллов.**

Вдоль побережья тянется единственная прямая улочка городка Берт-порт длиной 5 километров. Городок отличается равномерным распределением населения, плотность населения постоянна и составляет 1000 человек на каждый километр улицы. Все жители Берт-порта обожают печенье и какао, и их счастье зависит только от этих продуктов. Вычислить счастье для каждого жителя можно по формуле $⍟=2\sqrt{q}+y-Т,$ где $q$ – количество потребляемых жителем упаковок печенья, а $y$ – литры выпитого какао в месяц. При этом, цена одного литра какао в городке равна 1 евро.

В городке всего два производителя печенья, при этом обе пекарни производят абсолютно идентичное печенье, но пекарня Кукипорт расположена на втором километре улицы (то есть, его «координата» равна 2), тогда как пекарня МистерКуки расположена на третьем километре улицы, то есть в километре от первой ( «координата» равна 3).

Также известно, что жители имеют издержки перемещения, так как не любят гулять по улице. Так, издержки на приобретение печенья для каждого жителя включают и издержки перемещения, которые вычисляются по формуле $Т=∆х^{2}/5$, где $∆х$ – расстояние, которое нужно пройти до магазина (по модулю).

Обе пекарни одновременно назначают цену на печенье (таким образом, обе пекарни конкурируют по цене).

а) Определите, какие цены назначат производители печенья, если их издержки одинаковы и равны 0.5 евро на одну упаковку печенья.

б) Какие цены бы назначили пекарни, если бы они находились в соседних зданиях (имели одну и ту же «координату»).

в) Чем интересна эта модель? Какой парадокс позволяет она объяснить, и каким образом? Напишите не более пяти предложений.

**Задача №4. Экзамен по Тигрологии. 15 баллов.**

На факультете ИКЭФ есть два типа студентов: прогульщики и непрогульщики, студентов каждого типа поровну. На ИКЭФ приближается сессия, скоро экзамен по тигрологии! Каждый студент встаёт перед выбором: готовиться всю ночь перед экзаменом или выспаться. В свою очередь профессор по тигрологии имеет два варианта экзамена: сложный и лёгкий. Когда профессор видит студента, он может понять, выспался он или нет, но не может понять, какого типа студент перед ним. Невыспавшийся студент всегда получает сложный вариант экзамена (и знает это заранее). Выспавшийся студент может получить либо лёгкий, либо сложный, в зависимости от выбора профессора. Оценка за экзамен может быть только целым количеством баллов от 1 до 5. Не прогуливающий студент пишет сложный экзамен на 2, а лёгкий на 4. Прогуливающий студент пишет любой экзамен на 2. Подготовка ночью увеличивает оценку студента любого типа за любой вариант экзамена на 1. Студент максимизирует свою оценку. Профессор не проверяет работы самостоятельно и получает полезность равную оценке студента. Также, выдача сложного экзамена увеличивает полезность профессора на 1.

а) Общая полезность профессора равна сумме полезностей от взаимодействия с каждым студентом. Какую итоговую полезность получит профессор, если всего на ИКЭФ 200 студентов?

б) Выгодно ли профессору выдавать невыспавшемуся студенту лёгкий экзамен?

**Задача №5. Деньги в метро. 15 баллов.**

Во вселенной романа о постапокалиптической Москве «Метро 2033» Дмитрия Глуховского описывается очень интересное устройство экономики. Валюта и деньги в ней заменены на патроны калибра 7,62. К сожалению, жителям станций поземки приходится очень часто обороняться от других станций и интервентов с поверхности, поэтому иногда в ход идут и патроны-деньги. Давайте рассмотрим модель существования «Содружества ВДНХ».

Структура средних цен и производства в «Содружестве ВДНХ» такая («п» - патроны калибра 7,62):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2032 год | 2033 год |
|  | Цена | Количество | Цена | Количество |
| Еда | 2 п за кг | 1 000 кг | 5 п за кг | 800 кг |
| Другие патроны | 3 п за обойму | 10 0000 штук | 5 п за обойму | 14 200 штук |
| Диван в штаб | 13 000 п | 1 штук | 6 000 п | 0 штук |

Все транзакции считаются рыночными. В 2032 году и в 2033 году в экономике в обороте в течение года в среднем находилось одно и то же количество патронов калибра 7,62 – 15 тысяч штук, также произведенных в течение этого года. В конце 2031 и в конце 2032 года штаб устраивал большие праздник, в связи, с чем все пули калибра 7,62 были расстреляны в качестве фейерверка.

а) Что могло бы быть причиной данных изменений в экономике и почему?

б) Насколько изменилась средняя скорость обращения одного патрона калибра 7,62? Почему она могла так поменяться (если поменялась)?

в) Могла ли она поменяться в другую сторону (если поменялась)? Почему?

**Задача №6. Футуризм в Крыму. 15 баллов.**

И. Северянин решил начать свой бизнес – продавать выращенные своими руками розы – для чего приобрел право на монопольную их продажу в Крыму. В этом $(t=0)$ году спрос на розы в этой республике был равен $Q=100-P$ тысяч штук, $P$ – цена в тысячах рублей. И. Северянин несет в среднем на производство 1 тысячи роз 36 тысяч рублей издержек независимо от объема выпуска, к тому же, нужен год на их выращивание. Известно, что спрос (при каждом значении цены) на все товары в республике Крым растет в $A>1$ раз ежегодно.

В. Маяковский с вероятностью $p=\frac{1}{3}$ может украсть у И. Северянина 1 тысячу штук (которые В. Маяковский потом продаст в Москве) так, что И. Северянин не успеет возместить пропажу. При этом, так как В. Маяковский совершенствует свои навыки вора, каждый год возможная величина изъятия растет в $2A$ раз (так, например, в следующий год он потенциально может украсть $2A$ тысяч штук). Если после кражи у И. Северянина не останется роз, он сразу станет банкротом и уйдет с рынка навсегда (в результате чего, начнётся подъём в металлургической отрасли).

а) Определите ожидаемую В. Маяковским продолжительность нахождения И. Северянина на рынке, учитывая, что предприниматель не знает о воровской деятельности В. Маяковского и все кражи считает разовыми случаями.

б) Определите ожидаемую В. Маяковским продолжительность нахождения И. Северянина на рынке, если тот знает о воровской деятельности В. Маяковского и сколько потенциально он может украсть в каждый конкретный год. Следует учесть, что запасать розы И. Северянин не может, так как они быстро вянут. Фактор дисконтирования равен $δ=1$.

**Задача №7. Банки и добавки. 10 баллов.**

Прокомментируйте следующее утверждение: «Банки только помогают перераспределять активы во времени, но не добавляют никакой добавочной стоимости для экономики страны».

Напишите не более 350 слов.