

Второй тур. Задачи

Конкурс	7-8 классы
Дата написания	19 декабря 2021 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения в вашем решении должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Прежде чем задать вопрос по условию, перечитайте его ещё раз.

Если не сказано иного, считайте все товары, ресурсы и активы бесконечно делимыми. Кроме того, во всех задачах выполняются законы спроса и предложения, а также предельный продукт всех факторов производства положительный.

Удачи!

Я этого хочу. Значит, это будет.

— Г. Форд

Задача 1. Пробки**(30 баллов)**

Пусть из спального микрорайона в центр города проложены две дороги – Северная и Южная. Каждое утро по ним едет фиксированное число автомобилистов. При этом из-за возможных пробок время движения зависит от того, сколько людей выберет каждую из дорог. По Северной можно добраться за $25 + 30x_1$ мин., по Южной – за $15 + 70x_2$ мин., где x_1 и x_2 – доли едущих по ним автомобилистов. Предположим, что люди выбирают дорогу, исходя из единственного критерия – желания добраться побыстрее. На сколько минут сократится ожидаемое время в пути, если Северную дорогу расширить втрое? На сколько процентов при этом изменится число автомобилистов на Северной и Южной дорогах?

Примечание: считайте, что время передвижения по Северной дороге, когда по ней едет n машин после расширения, эквивалентно ситуации, когда по ней ехало $\frac{n}{3}$ машин до расширения.

Задача 2. Он улетел, но обещал вернуться**(30 баллов)**

Карлсон, после того как улетел от маленького мальчика, решил заняться выращиванием фруктов, а именно яблок и груш. Так случилось, что в месте куда он улетел, с одной яблони за год можно было собрать лишь одно яблоко, а с дерева груши – только одну грушу. У Карлсона было 100 рублей, причем саженец дерева груши стоил 5 рублей, а саженец яблони – 20 рублей. При этом вся грядка Карлсона имела площадь 30 квадратных метров. Одно дерево груши занимало площадь 2 квадратных метра, а одна яблоня – 3 квадратных метра.

Карлсон больше всего на свете любит фрукты и хочет их съесть через год как можно больше. Какое максимальное количество фруктов съест Карлсон?

Примечание: предполагается, что количество деревьев (a , как следствие, и фруктов) может быть только целочисленным.

Задача 3. Автобус или метро?**(30 баллов)**

В некотором городе живет 2 группы жителей, пользующихся общественным транспортом. 40% жителей готовы заплатить за месячный проездной на метро 2500 руб., а на наземный транспорт – только 750 руб. 60% жителей же, напротив, проездной на метро оценивают в 1200 руб., а на наземный транспорт – в 1800 руб. При этом транспортная компания, обеспечивающая перевозки, может выпускать либо отдельные проездные на метро и наземный транспорт, либо единый – на все виды транспорта. Сколько процентов выручки потеряет транспортная компания, если она откажется от выпуска единого проездного?

Задача 4. Добро пожаловать в рай!**(30 баллов)**

Небольшое островное государство Исла Парадайз разделено на три региона: Сансет Вэлли, Риверсайд и Бриджпорт. В стране производятся только сети для ловли рыбы и паруса для кораблей. Кривая производственных возможностей (КПВ) Сансет Вэлли описывается уравнением $y_1 = 10 - x_1$, КПВ Риверсайда – $y_2 = 10 - 0,5x_2$, КПВ Бриджпорта – $y_3 = 20 - 2x_3$, где x_i – сети для ловли рыбы, а y_i – паруса для кораблей.

а) (10 баллов) Постройте суммарную КПВ Исла Парадайз.

б) (10 баллов) Известно, что жители Исла Парадайз всегда покупают сети и паруса в пропорции 2 к 3. Сколько сетей для ловли рыбы и парусов для кораблей будет производиться в каждом регионе?

в) (10 баллов) Предположим, что предпочтения жителей острова изменились. Теперь они покупают сети и паруса в пропорции 3 к 2. На сколько изменится суммарное производство сетей и парусов по сравнению с предыдущим пунктом?