Задача “Гистерезис безработицы”

Рассмотрите следующую модель рецессионой экономики.

- Численность экономически активного населения страны (так называемых работников) составляет 1 миллион человек и не меняется.
- В *конце* нулевого месяца ($\mathrm{t} = 0$) безработица находится на своём *естественном* уровне, равном $u^* = 5\%$. Естественный уровень безработицы не меняется.
- Экономика переживает спад, поэтому в *начале* каждого следующего из трёх месяцев ($\mathrm{t} = 1; 2; 3$) фирмы увольняют некоторое количество работников, в результате чего уровень безработицы повышается на 1 процентный пункт по сравнению с *концом* предыдущего месяца. При этом никто из безработных не получает предложения о трудоустройстве.
- Продуктивность каждого трудоустроенного работника в *конце* нулевого месяца равна 100 единиц в месяц, что превышает продуктивность любого безработного в тот же момент времени. Если работник в течение какого-то месяца является безработным, то к *концу* этого месяца его продуктивность падает в $\alpha = 1{,}25$ раз в силу того, что он не практикуется. Если работник в течение какого-то месяца является трудоустроенным, то за этот месяц его продуктивность не меняется.
- *Фактический* совокупный выпуск $Y(\mathrm{t})$ в месяце t создаётся только трудоустроенными работниками и *определяется как* сумма их производительностей. *Потенциальный* совокупный выпуск $Y^*(\mathrm{t})$ в месяце t *определяется как* общее количество единиц продукции, которое *могло бы быть произведено* экономикой за месяц t, если бы безработица была на своём *естественном* уровне.

(a) Найдите величины фактического совокупного выпуска $Y(0)$ и $Y(3)$. Определите величину изменения реального выпуска за три месяца с $Y(0)$ до $Y(3)$.

(b) Найдите величину потенциального совокупного выпуска $Y^*(0)$. Оцените сверху величину потенциального совокупного выпуска $Y^*(3)$ максимально точно.

(c) Оцените величину рецессионного разрыва совокупного выпуска $Y(3)$ от потенциального уровня $Y^*(3)$ (в процентах).

(d) Оцените, на сколько процентов за три месяца *сократился потенциальный выпуск* с $Y^*(0)$ до $Y^*(3)$ (*эффект гистерезиса*).

Решение.

(a) Функция уровня безработицы выглядит следующим образом:

$$u(t) = u^* + 0{,}01 \cdot \mathrm{t} = 0{,}05 + 0{,}01 \cdot \mathrm{t}$$

Численность экономически активного населения обозначим через LF. Согласно условию, $LF = 1\,000\,000$.

Количество безработных в месяц t равно

$$U(t) = u(t) \cdot LF.$$

Количество трудоустроенных в месяц t равно

$$E(t) = LF - U(t) = \big(1 - u(t)\big)LF.$$

Обозначим за $H(0)$ производительность каждого трудоустроенного работника на конец нулевого месяца:

$$H(0) = 100.$$

Известно, что безработные остаются безработными из месяца в месяц, производительность каждого трудоустроенного работника постоянна, а производительность каждого безработного падает в α раз в месяц. Следовательно, функция производительности любого работника, трудоустроенного на конец нулевого месяца, может быть записана в следующем виде:

$$H(t) = H(0) \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^t = 100 \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^t,$$

где t – количество месяцев, в течение которых работник является безработным.

Фактический совокупный выпуск в нулевом месяце составляет

$$Y(0) = E(0) \cdot H(0) = \big(1 - u(0)\big)LF \cdot H(0) = \big(1 - (u^* + 0{,}01 \cdot 0)\big)LF \cdot H(0) = (1 - u^*)LF \cdot H(0) =$$
$$= (1 - 0{,}05) \cdot 1\,000\,000 \cdot 100 = \boxed{95\,000\,000}.$$

Фактический совокупный выпуск в третьем месяце составляет

$$Y(3) = E(3) \cdot H(0) = \big(1 - u(3)\big)LF \cdot H(0) = \big(1 - (u^* + 0{,}01 \cdot 3)\big)LF \cdot H(0) =$$
$$= \big(1 - (0{,}05 + 0{,}01 \cdot 3)\big) \cdot 1\,000\,000 \cdot 100 = \boxed{92\,000\,000}.$$

Изменение реального выпуска за 3 месяца с $Y(0)$ *до* $Y(3)$ составляет

$$\frac{Y(0) - Y(3)}{Y(0)} = \frac{95\,000\,000 - 92\,000\,000}{95\,000\,000} \approx \boxed{3{,}16\%}.$$

(b) В нулевом месяце фактический совокупный выпуск равен потенциальному, так как безработица находится на естественном уровне:

$$Y^*(0) = Y(0) = \boxed{95\,000\,000}.$$

Согласно определению, величину потенциального совокупного выпуска $Y^*(3)$ нужно рассчитывать, принимая уровень безработицы за естественный ($u^* = 0{,}05$). Так как продуктивность работников (в том числе и безработных) в третьем периоде различна, то оценка величины $Y^*(3)$ зависит от того, какие именно работники принимаются за 5% безработных. Поэтому в данной модели невозможно однозначно определить величину потенциального совокупного выпуска $Y^*(3)$, однако можно оценить её сверху.

Оценивая $Y^*(3)$, *примем за* 5% *безработных тех работников, которые были безработными в конце нулевого периода*, и предположим, что все остальные 95% работников трудоустроены (*фактически* только часть из них трудоустроена в третьем периоде).

В этих условиях потенциальный совокупный выпуск создаётся трудом тех работников, которые

- по-прежнему трудоустроены в 3-м периоде;
- были трудоустроены во 2-м периоде, но стали безработными в 3-м;
- были трудоустроены в 1-м периоде, но стали безработными во 2-м и остались безработными в 3-м периоде;
- были трудоустроены в 0-м периоде, но стали безработными в 1-м и остались безработными во 2-м и 3-м периодах.

Те работники, которые не были трудоустроены в 0-м периоде и оставались безработными в 1-м, 2-м и 3-м периодах принимаются за требуемые 5% безработных, не участвующих в производстве $Y^*(3)$. Эти работники наименее производительны как в 0-м, так и в 3-м периоде.

Такая оценка $\widehat{Y^*}(3)$ является *максимальным* возможным уровнем потенциального совокупного выпуска, так как принимается, что в производстве участвуют самые производительные работники.

Итак, потенциальный совокупный выпуск в третьем месяце не превышает

$$\widehat{Y^*}(3) = E(3) \cdot H(0) + [E(2) - E(3)] \cdot H(1) + [E(1) - E(2)] \cdot H(2) + [E(0) - E(1)] \cdot H(3)$$

$$\widehat{Y^*}(3) = \big(1 - u(3)\big)LF \cdot H(0) + \big[\big(1 - u(2)\big)LF - \big(1 - u(3)\big)LF\big] \cdot H(1) + \big[\big(1 - u(1)\big)LF - \big(1 - u(2)\big)LF\big] \cdot H(2) + \big[\big(1 - u(0)\big)LF - \big(1 - u(1)\big)LF\big] \cdot H(3)$$

$$\widehat{Y^*}(3) = LF \cdot \Big(\big(1 - u(3)\big) \cdot H(0) + [u(3) - u(2)] \cdot H(1) + [u(2) - u(1)] \cdot H(2) + [u(1) - u(0)] \cdot H(3)\Big)$$

$$\widehat{Y^*}(3) = LF \cdot H(0) \cdot \left(\big(1 - u(3)\big) \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^0 + [u(3) - u(2)] \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^1 + [u(2) - u(1)] \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + [u(1) - u(0)] \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\right)$$

$$\widehat{Y^*}(3) = 1\,000\,000 \cdot 100 \cdot \left((1 - 0{,}08) \cdot 1 + [0{,}08 - 0{,}07] \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^1 + [0{,}07 - 0{,}06] \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + [0{,}06 - 0{,}05] \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\right)$$

$$\widehat{Y^*}(3) = 1\,000\,000 \cdot 100 \cdot \left(0{,}92 \cdot 1 + 0{,}01 \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^1 + 0{,}01 \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 0{,}01 \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\right)$$

Полученная формула позволяет рассчитать значение $\widehat{Y^*}(3)$ при разных значениях α.

Если $\alpha = 1{,}25$, то $\widehat{Y^*}(3) = \boxed{93\,952\,000}$.

(c) Рецессионный разрыв выпуска составляет

$$\frac{\widehat{Y^*}(3) - Y(3)}{\widehat{Y^*}(3)} = \frac{93\,952\,000 - 92\,000\,000}{93\,952\,000} \approx \boxed{2{,}08\%}.$$

(d) Сокращение потенциального выпуска составляет

$$\frac{Y^*(0) - \widehat{Y^*}(3)}{Y^*(0)} = \frac{95\,000\,000 - 93\,952\,000}{95\,000\,000} \approx \boxed{1{,}10\%}.$$

В действительности изменение потенциального совокупного выпуска *превышает* полученную величину, так как она рассчитывалась через $\widehat{Y^*}(3)$ – верхнюю оценку $Y^*(3)$.