

## Задача “Чарли и Шоколадная фабрика”

Предприниматель Вилли Вонка является основателем и единственным владельцем ООО “Шоколадная фабрика”. Он стремится максимизировать стоимость своей собственности, но, к сожалению, спрос на существующую продукцию “Фабрики” не растёт, отчего не меняется и её капитализация (стоимость). Поэтому Вилли Вонка собирается за год построить новый цех по производству шоколадных конфет. Но поскольку у “Фабрики” нет свободных денежных средств, то единственный способ профинансировать этот проект – привлечь инвестора. Инвестор Чарли тоже максимизирует стоимость своей собственности и готов приобрести любое количество акций “Шоколадной фабрики” по справедливой рыночной стоимости. Все вырученные средства будут инвестированы в строительство цеха. Рентабельность проекта  $r > 0$  (процентный прирост стоимости акций к моменту запуска цеха через год) от объёма инвестиций не зависит. Вилли Вонке остаётся решить, сколько акций продать Чарли.

- (a) При какой рентабельности Вонка продаст Чарли ровно 10% акций ООО “Шоколадная фабрика”?
- (b) Докажите, что Вилли Вонка не продаст Чарли 50 или более процентов акций “Фабрики”.
- (c) Учитывая утверждение в пункте (b), объясните, почему основатели многих реальных бизнесов, всё же владеют менее чем 50% их акций? (Они максимизируют стоимость своей собственности; изначально им принадлежали все 100% акций.)

Прежде чем Вилли Вонка и Чарли успели совершить сделку, спрос на продукцию “Фабрики” вдруг начал расти. По оценке предпринимателя, стоимость существующего предприятия увеличится на долю  $R \cdot 100\% > 0$  за один год.

- (d) Какой должна быть рентабельность нового цеха, чтобы Вилли Вонка был по-прежнему заинтересован в том, чтобы привлечь инвестиции Чарли и за год реализовать этот проект?

## Решение.

(a)

Пусть  $V_0$  и  $V_1$  – рыночная стоимость собственности Вилли Вонки ещё до привлечения инвестора и уже после запуска нового цеха соответственно. Кроме того, пусть  $s$  – доля акций ООО “Шоколадная фабрика”, которую Вонка продаёт Чарли ( $0 \leq s \leq 1$ ), а  $I$  – величина привлечённых от Чарли инвестиций.

Поскольку Чарли выкупает акции по их текущей рыночной стоимости и все вырученные средства Вонка инвестирует в строительство цеха, то выполнено  $I = sV_0$ .

Рентабельность проекта равна  $r$ , поэтому стоимость доли Вилли Вонки после запуска нового цеха определяется по формуле  $V_1 = (1 - s)(V_0 + (1 + r)I)$ .

Следовательно,

$$V_1 = (1 - s)(V_0 + (1 + r)sV_0) = V_0(1 - s)(1 + (1 + r)s) = V_0(1 + rs - (1 + r)s^2)$$

Вилли Вонка хочет продать Чарли столько акций, чтобы максимизировать суммарную стоимость акций, которые останутся в его собственности:

$$V_1(s) = V_0(1 + rs - (1 + r)s^2) \rightarrow \max_{0 \leq s \leq 1}$$

Решаем оптимизационную задачу:

$$V_1'(s) = V_0(r - 2(1 + r)s) \Rightarrow V_0(r - 2(1 + r)s^*) = 0 \Rightarrow s^* = \frac{r}{2(1+r)} > 0$$

Вонка продаст Чарли ровно 10% акций, значит  $s^* = 10\%$ . Подставляет это значение в решение оптимизационной задачи и получаем:

$$10\% = \frac{r}{2(1+r)} \Rightarrow r = \boxed{25\%}$$

Ответ. Вонка продаст Чарли ровно 10% акций при условии, что рентабельность проекта равна 25%.

**(b)**

Из пункта (a) мы знаем, что Вонка продаёт Чарли долю  $s^* = \frac{r}{2(1+r)}$  от акций “Фабрики”.

Следовательно, нужно доказать, что при любом  $r$  выполняется  $s^* < 50\%$ .

Доказательство от противного. Допустим,  $s^* \geq 50\%$ . Тогда

$$\frac{r}{2(1+r)} \geq 0,5 \Rightarrow r \geq (1 + r) \Rightarrow 0 \geq 1$$

Противоречие. Значит, должно быть верно исходное утверждение: для любого конечного значения  $r$  выполнено  $s^* < 50\%$ .

**(c)**

По сути, в пункте (b) утверждается, что, чтобы профинансировать новый проект, владелец бизнеса будет готов продать любую долю своих акций (в зависимости от рентабельности проекта), но менее 50%. Однако, это верно лишь для отдельно взятого проекта. Если один за другим запускается несколько проектов, то суммарно первоначальный владелец бизнеса вполне может продать и больше 50% акций, хотя каждый раз он, действительно, будет продавать меньше половины имеющейся у него доли. Пример: если ради финансирования первого проекта основатель продаст 40% всех акций, а ради второго – ещё 40% остатка, то суммарно им будет распродано  $40\% + 40\% \cdot (1 - 40\%) = 64\%$  акций компании, то есть более половины.

(d)

Через год суммарная стоимость акций Вилли Вонки составит

$$V_1(s) = (1 - s)((1 + R)V_0 + (1 + r)sV_0)$$

Заметим, что в случае отказа от реализации нового проекта (и отмены сделки с Чарли), то есть при  $s = 0$ , имеем

$$V_1(0) = (1 + R)V_0$$

Вилли Вонка решает следующую оптимизационную задачу:

$$V_1(s) = (1 - s)((1 + R)V_0 + (1 + r)sV_0) = V_0[(1 + R) + (r - R)s - (1 + r)s^2] \rightarrow \max_{0 \leq s \leq 1}$$

Решаем эту задачу и находим долю акций  $s^*$ , которую Вилли Вонка продаст Чарли:

$$V_1'(s) = V_0((r - R) - 2(1 + r)s) \Rightarrow V_0((r - R) - 2(1 + r)s^*) = 0 \Rightarrow s^* = \frac{r - R}{2(1 + r)}$$

Вилли Вонка не изменит своё решение реализовывать новый проект (и привлекать инвестиции Чарли), если оптимальная доля  $s^*$  будет положительной:

$$\begin{cases} s^* = \frac{r - R}{2(1 + r)} > 0 \\ r > 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{r > R}$$

Ответ. Новый проект будет реализован, если его рентабельность  $r$  (*строго*) больше доходности основного бизнеса  $R$ .