

### Задача №1. Ошибка бухгалтера.

В 2012 году генеральным директором фирмы  $X$  был Иван Иванович, а главным бухгалтером Аристарх Ксенофонтович. Следуя стандартной стратегии максимизации прибыли, Иван Иванович выбрал объем выпуска, равный 20. По данным главного бухгалтера, прибыль составила 10. В 2013 году в результате интриг Иван Иванович и Аристарх Ксенофонтович поменялись должностями. Встав у руля фирмы, Аристарх Ксенофонтович придерживался более экстравагантной стратегии – максимизации рентабельности (отношения прибыли к общим издержкам). Он выбрал объем выпуска, равный 30. По данным главного бухгалтера, рентабельность в 2013 году составила 25%.

Известно, что величина прибыли и общих издержек фирмы  $X$  зависит только от ее выпуска, причем общие издержки принимают только строго положительные значения и строго возрастают по выпуску. Директор и бухгалтер понимают под издержками одно и то же, то есть у фирмы нет неявных затрат.

а) Найдите противоречие в условии, то есть докажите, что верно хотя бы одно из двух утверждений:

1) Хотя бы один из директоров выбрал неоптимальный объем выпуска (с точки зрения его стратегии);

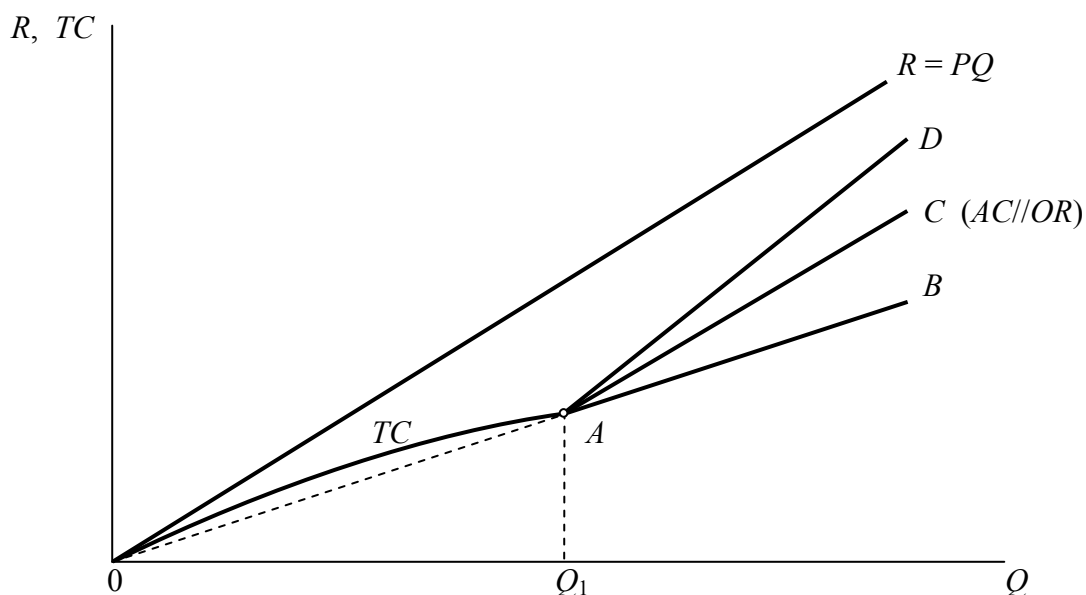
2) Хотя бы один из бухгалтеров ошибся в расчетах.

б) Допустим, доподлинно известно, что оба директора выбрали оптимальные объемы выпуска. Определите, кто из бухгалтеров ошибся в расчетах.

### Решение

Задача сформулирована невнятно и, вообще говоря, некорректно. Неясно, на каком рынке работает фирма – то ли монополия, то ли конкуренция. Условно будем считать, что конкуренция (раз не дана функция спроса). Тогда выручка фирмы:  $R = PQ$ . Из текста задачи следует, что существуют единственные значения  $Q_1$  и  $Q_2$  при которых максимизируются соответственно прибыль и норма прибыли.

А теперь посмотрите на рисунок.



Для того чтобы на некотором интервале  $0 < Q < Q_1$  возрастали и прибыль, и рентабельность, необходимо, чтобы кривая  $TC$  на отрезке  $OA$  имела именно тот вид, который показан на рисунке. Предположим, в точке  $A$  характер кривой меняется. Пусть  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  – варианты дальнейших траекторий  $TC$  (или касательные к этим

траекториям в точке  $A$ ).  $AB$  – это продолжение прямой  $OA$ ,  $AC$  параллельна линии выручки  $OR$ .

Если кривая  $TC$  далее идет по линии  $AB$ , то прибыль  $(R - TC)$  продолжает увеличиваться, а рентабельность  $\left(\frac{R - TC}{TC}\right)$  везде далее остается постоянной – т.е. такой

же, какой она была в точке  $A$ . Если кривая  $TC$ , начиная с точки  $A$ , идет по линии  $AC$  (которая параллельна линии выручки), то прибыль *остается постоянной* (такой же, как в точке  $A$ ), а рентабельность (внимание!!!) *начинает уменьшаться*.

Если кривая  $TC$  идет по линии  $AD$ , то начинают уменьшаться *и прибыль, и норма прибыли*. То есть: если после непрерывного увеличения прибыли и нормы прибыли при  $Q = Q_1$  достигнут максимум прибыли, то при  $Q = Q_1$  заведомо, абсолютно однозначно достигается и максимум нормы прибыли.

А в условии задачи сказано: максимум прибыли при  $Q = 20$ , а максимум нормы прибыли при  $Q = 30$ . **Этого не может быть.**

Ответ можно сформулировать следующим образом:

а) хотя бы один из директоров выбрал неоптимальный объем выпуска;

б) вопрос поставлен некорректно, поскольку мы доказали, что один из директоров ошибся; допущение о том, что «оба директора выбрали оптимальные объемы выпуска» является ошибочным и заставляет участников олимпиады решать задачу, не имеющую решения.

Если вас не устраивает графическое решение, могу привести аналитическое. В этом аналитическом решении я не буду использовать конкретные показатели прибыли и рентабельности, рассчитанные бухгалтерами. Предположим, в 2012 году прибыль, по данным одного бухгалтера, была равна  $\delta$ , а в 2013 году рентабельность, по данным другого бухгалтера, была равна  $\varphi$  (скоро вы увидите, зачем я это делаю).

Будем предполагать, что никто не ошибся. То есть директора выбрали оптимальные объемы, а бухгалтеры правильно подсчитали итоги работы фирмы.

Максимальная прибыль в 2012 году:  $\delta = Q \times P - TC = 20P - TC(20)$ . Если  $Q = 20$  – выпуск, максимизирующий прибыль, то при  $Q = 30$  прибыль будет меньше  $\delta$ :

$$30P - TC(30) < \delta.$$

С другой стороны, при  $Q = 30$  достигается максимальная рентабельность  $\varphi$ :

$$\frac{30P - TC(30)}{TC(30)} = \varphi. \quad \varphi \times TC(30) = 30P - TC(30) < \delta. \quad TC(30) < \frac{\delta}{\varphi} \quad (1)$$

Если при  $Q = 30$  достигается максимальная рентабельность  $\varphi$ , то, очевидно, при  $Q = 20$  рентабельность будет меньше:  $\frac{20P - TC(20)}{TC(20)} < \varphi$ .

$$\varphi \times TC(20) > 20P - TC(20) = \delta. \quad TC(20) > \frac{\delta}{\varphi} \quad (2)$$

Поскольку  $TC$  «строго возрастают по выпуску», условия (1) и (2) одновременно выполняться не могут. Значит, наше предположение о том, что никто не ошибся, неверно. А теперь выясним, кто ошибся. Очевидно, условия (1) и (2) противоречат друг другу при любых значениях  $\delta$  и  $\varphi$ . Никакие исправления в данных, представленных бухгалтерами, не скроют того факта, что кто-то из директоров (а может быть, и оба) ошиблись в выборе оптимального значения выпуска.

Ф.Шницрутен.

22.04.2014