



Математика-γ

Абака

Участникам выдается задание - поле 4x4 (16 заданий). Задачи в каждой теме решаются по порядку (например, нельзя сдавать задачу №3, если задача №2 ещё не сдана). Строка это одна тема. За верно решенное задание участник получает его стоимость (от 10 до 40 баллов), неправильный ответ - 0 баллов. На каждую задачу есть только одна попытка сдать ответ.

	10	20	30	40
Тема 1	1.1	1.2	1.3	1.4
Тема 2	2.1	2.2	2.3	2.4
Тема 3	3.1	3.2	3.3	3.4
Тема 4	4.1	4.2	4.3	4.4

1 Многомерная

1.1

Найдите минимум функции $x^2 + y^2$ при ограничении $3x + 4y = 25$

1.2

Найдите минимум средних издержек фирмы, если $TC = Q^5 + 4Q^3 + 192$

1.3

Пусть фирма является монополистом на рынке двух разных товаров со спросами $Q_1 = 14 - P_1$, $Q_2 = 32 - 2P_2$ и производит их на двух заводах с издержками $TC_1 = Q_1 + 0.5Q_1^2$, $TC_2 = 3Q_2 + Q_2^2$, однако ее суммарные издержки ограничены 17,5 единицами. Сколько выручки она получит в оптимуме.

1.4

Пусть полезность агента задается функцией $U = x^5 y^4$. Однако полезность внутренней сущности агента задается как $x^2 y + x y^2$, и если она превысит 6, то сущность вырвется наружу, чего бы агент ни в коем случае не хотел. Найдите максимально возможную полезность агента.

2 Дискретная

2.1

Найдите наибольшее значение функции $y = -5x^4 + 64x^2 - 172$, если $x \in \mathbb{Z}$

2.2

Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 6, 3x^2 + 10, 23x + 1998$, если $x \in \mathbb{Z}, x \leq 0$

2.3

Найдите наименьшее значение функции $f(x, y) = 2x^2 - 7x + 10xy + 18y^2 - 23y$ при $x, y \in \mathbb{Z}$

2.4

Найдите все точки, в которых достигается минимальное значение функции $f(x) = -820x^2 + 273x^4 - 30x^6 + x^8$, если $x \in \mathbb{Z}$.

3 Интегралы и параметры

3.1

Найдите значение данного интеграла: $\int_0^4 \min\{6x, 3x^2\} dx$

3.2

Пусть издержки монополиста заданы как

$$TC = \begin{cases} x^2, & x \leq 4 \\ 0,25x^2 + 3x, & x \geq 4 \end{cases}$$

Если спрос на его продукцию абсолютно эластичен, то при каком значении максимальной цены он безразличен между двумя выпусками?

3.3

Пусть производственная функция СК фирмы задана как $Q = 6\sqrt[3]{L} - 8 + 12$. При какой минимальной цене фирма останется на рынке, если зарплата равна 4?

3.4

При каких значениях параметра a минимум функции $f(x) = ((x - a - 2)^2 - 1)^2$ при $x \in \mathbb{Z}$ достигается в $x = 2$.

4 Микс

4.1

Найдите разность максимального и минимального значения функции $f(x, y, z) = \sqrt[3]{xyz}$ если $x^4 + y^4 + z^4 = 3$

4.2

Найдите минимальное значение функции $f(x, y) = x^2 + 4xy + 8y^2 + 10x + 13y + 29$ при $x, y \in \mathbb{Z}$

4.3

Найдите все точки экстремума функции $f(x) = ||x^2 - 8x + 15| - 3| - 5|$. Найдите количество точек локального максимума, разделите на количество точек локального, но не глобального минимума и сложите с количеством точек глобального минимума.

4.4

Найдите минимальное значение функции $f(x, y, z) = \frac{xy^2z^3}{108} + \frac{x^2y^2z^2}{36} + \frac{xyz^4}{81} + \frac{x^3y^3}{8} + \frac{y^4z^2}{144} + \frac{x^5z}{3}$, если $xyz = 48, x, y, z \geq 0$