



Теория игр-β

Листок 2. Последовательные игры

Преподаватели: Святослав Владимирович Савицкий

Составитель: Святослав Владимирович Савицкий

Дедлайн: 12 августа 2023 года, 21:00 МСК

Задачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.**

Задача 1

Рынок пендельтюров представлен следующей функцией спроса: $Q = 20 - P$, где P — цена одного пендельтюра, а Q — количество проданных на рынке пендельтюров. На рынке есть две фирмы — лидер и последователь. Издержки лидера имеют вид $TC(Q_1) = 2Q_1$, издержки последователя имеют вид $TC(Q_2) = 3Q_2$. Лидер выбирает между объемами производств продукции в количестве 2-х или 3-х штук, а последователь — в количестве 1-й, 2-х или 3-х штук. Задача фирм — максимизация прибыли.

а) Представьте данную игру в развернутой форме, нарисуйте дерево игры, перечислите стратегии двух игроков.

б) Найдите совершенное по подыграм равновесие Нэша.

Задача 2

Два лучших друга — Вася и Коля — решили перестать быть лучшими друзьями. Однако, мама Васи считает, что если Вася перестанет общаться с друзьями — он станет нелюдимым и начнет плохо учиться. Эмпирическое исследование показало, что на способность решать экономические задачи влияет наличие и количество друзей и слова мамы. Коля и Вася могут принять решение продолжать дружить или завершить дружбу. На полезность мамы влияет лишь количество решенных задач сына и удовлетворенность разговором с сыном: $U = x - z$. Полезность Васи имеет вид $U(x, z) = x/2 + z - 3$, где x — количество решенных задач. Если он продолжит дружить с Колей, то $x = 10$, и $x = 0$, если нет. Если мама ничего не говорит Васе, то $z = 3$, и $z = -3$, если мама вмешивается в его жизнь советами. При этом мама может посоветовать перестать общаться с Колей или наоборот поддержать их дружбу. В разговоре с Колей Вася обязательно скажет, что сделала его мама. Полезность Коли имеет вид $U(y, z) = y(2 + z) + 4 - o$, где $y = 1$, если дружба продолжается, $y = -1$, если дружбе конец. o — коэффициент обиды, равный 1, если Вася решил не дружить с Колей, и 0 иначе. Сначала мама принимает решение, что сделать, затем Вася, затем Коля. Дружба продолжается, если оба друга хотят ее продолжить, или (что парадоксально) если оба высказывают друг другу свое мнение о нежелании дружить, вне зависимости от того, что скажет мама. Решите задачу обратной индукцией и ответьте на вопрос — сохранится ли дружба?

Задача 3

У Михаила раздвоение личности. Михаил находится в углу комнаты и может двигаться лишь по стенке. Каждая из личностей Михаила может сделать один ход (прохождение вдоль всей стенки) или остаться на месте. Если по итогу они не сдвинутся с места — каждый получает полезность равную 0. Если они окажутся в противоположном углу — первая личность получит полезность равную 10, вторая личность получит полезность равную (-5) . Если они окажутся в иных углах комнаты — первая личность получает полезность, равную (-6) , вторая личность получает полезность равную 8. Влияет ли порядок выбора действий на оптимальное решение обратной индукцией? Найдите все возможные решения.

Задача 4

Рамиль решил открыть бизнес по производству мороженого. Для каждой единицы мороженого необходимо приобрести 3 единицы сырья. Спрос на мороженое имеет вид $Q = k(150 - P)$,

где P — цена 1 единицы мороженого, k — качество сырья, из которого мороженое производится, Q — количество мороженого. Функция издержек Рамиля на покупку сырья и прочие производственные необходимости имеет следующий вид $TC(Q, k) = 3Q^2k + 10Q$. Поставщики и Рамиль хотят максимизировать свои прибыли. Функция издержек поставщиков на производство 1 единицы сырья качества k имеет вид $AC(k) = 3k^3 + 31k$, а цена по которой они будут продавать сырье имеет вид $P = 60k^2 + 20 + \frac{10}{k}$. Сначала поставщики предлагают определенное качество сырья, затем Рамиль выбирает объем производства мороженого. Найдите оптимальный объем продаж мороженого, прибыль Рамиля и прибыль поставщиков.

Задача 5

В Бубенинской области на бубенинском шоссе расположены от Москвы подряд 3 города: Буби, Бени и Нины. Расстояние между ними 4 и 3 километра, соответственно. Три закадычных друга: Валентин, Григорий и Александр, решили переехать из своего родного города в эту область и выбирают города, где будут жить. Пожелания Валентина (от самого важного до наименее значимого) выглядят следующим образом:

1. Жить как можно дальше от Александра
2. Не жить в Нинах
3. Жить с Григорием в одном городе

Пожелания Григория (от самого важного до наименее значимого) выглядят следующим образом:

1. Не жить в окраинных городах
2. Жить в городе на букву Н
3. Жить одиноко, без друзей в городе

Пожелания Александра (от самого важного до наименее значимого) выглядят следующим образом:

1. Не жить в Бенях
2. Жить с двумя друзьями в 1 городе
3. Жить в самом дальнем городе от Москвы

Сначала принимает решение Валентин, потом Григорий, затем Александр.

- а) Кто где будет жить?
- б) Какие проблемы в решении задачи вы можете назвать, и как их решить?