

**Математика****Листок 3.** Оптимизация при помощи производной**Преподаватели:** Савва**Составитель:** Савва**Дедлайн:** 7 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.**

\* Все величины считать бесконечно делимыми, если не предполагается обратного

**Задача 1.** Продолжение задачи про *тазы*

После удачного сезона менеджер Даша решила возложить на Жулика ещё больший груз ответственности. *Тольяттинский автомобильный завод* решил выйти на 2 новых рынка. Жулика попросили промаксимизировать прибыль в каждом новом регионе. Помогите ему поскорее избавиться от проблем и уехать на Бали.

а)  $\pi = 36Q - 2Q^3 - 3Q^2$  ;

б)  $\pi = -(4Q + \frac{2}{Q+2})$ .

**Задача 2.** Плохи дела у фабрики Репейника

Продолжим говорить про Бивдора с которым вы познакомились на семинарском занятии. В районе Фкново спрос людей на микстуру:  $P = 120 - Q_1$ , а в районе Фэново:  $P = 160 - Q_2$ , а издержки все так же задаются как  $TC(Q) = Q^2$ . Жители региона Фкново вычислили, что Бивдор продает им микстуру по другой цене, чем жителям Фэново. Теперь ценник для Фкново и Фэново придется ставить одинаковый. Найдите цену Репейника и сколько единиц будет продано в каждом городе. Для этого решите следующую задачу:  $\pi = Q_1(P) \cdot P + Q_2(P) \cdot P - TC(Q_1(P) + Q_2(P)) \Rightarrow \max$ . Числа могут быть ужасными, не пугайтесь! Производится столько микстуры, чтобы покупал как Фэново, так и Фкново.

**Задача 3.** Поиски волшебной маски

Археологи Дью и Жора направились в джунгли на поиски волшебной маски. Согласно городским легендам маска приносит человеку счастье и вечную жизнь. Джунгли круглые и задаются неравенством  $x^2 + y^2 \leq 36$ .  $x$  и  $y$  это координаты местоположения, они могут принимать отрицательные значения. Храм, в котором лежит маска, находится в том месте, где функция  $(x + y)$  принимает максимальное значение. Помогите Дью и Жоре найти храм. (Подсказка: Стоит искать на окружности  $x^2 + y^2 = 36$ .)

**Задача 4.** Заслуженная пенсия

Наталья «Морская Пехота» решила на вырученные с продажи «джипа в Москве» деньги купить дом в другом культурном городе, с продажи «джипа» она получила 40 условных денежных единиц. Длина дома должна быть в 3 раза больше ширины. Стоимость метра длины дома 1 у.е. Стоимость метра ширины дома 2 у.е., а стоимость метра высоты 5 у.е. Наталья максимизирует объём дома  $V = xyz$ ,  $x$  — длина,  $y$  — ширина,  $z$  — высота. Помогите ей с этим.

**Задача 5.** Ещё о Василисе и Иванушке

(Для понимания контекста смотрите задачу «Земля — плоская!» из семинарских листков).

Василиса Премудрая и Иванушка Дурачек всё еще живут на плоской Земле, которая задается неравенством:  $x^2 + y^2 \leq 25$ ,  $x$  и  $y$  координаты и могут принимать отрицательные значения. После года несчастной жизни колдовство с Ивана и Василисы спало. Теперь они хотят переехать на новое место и построить новую избу. Функция их счастья от расположения избы задается формулой  $U = x^2 + y^2 - 12x - 16y$ . Найдите наилучшее расположение дома. (Подсказка: выделите полные квадраты и попытайтесь найти точку максимально отдалённую от центра функции счастья. Проверьте на максимум.)