

Проценты и Прогрессии

6 августа 2023



Что такое ПРОЦЕНТЫ

% - это 1/100 от числа

Вычислим значения

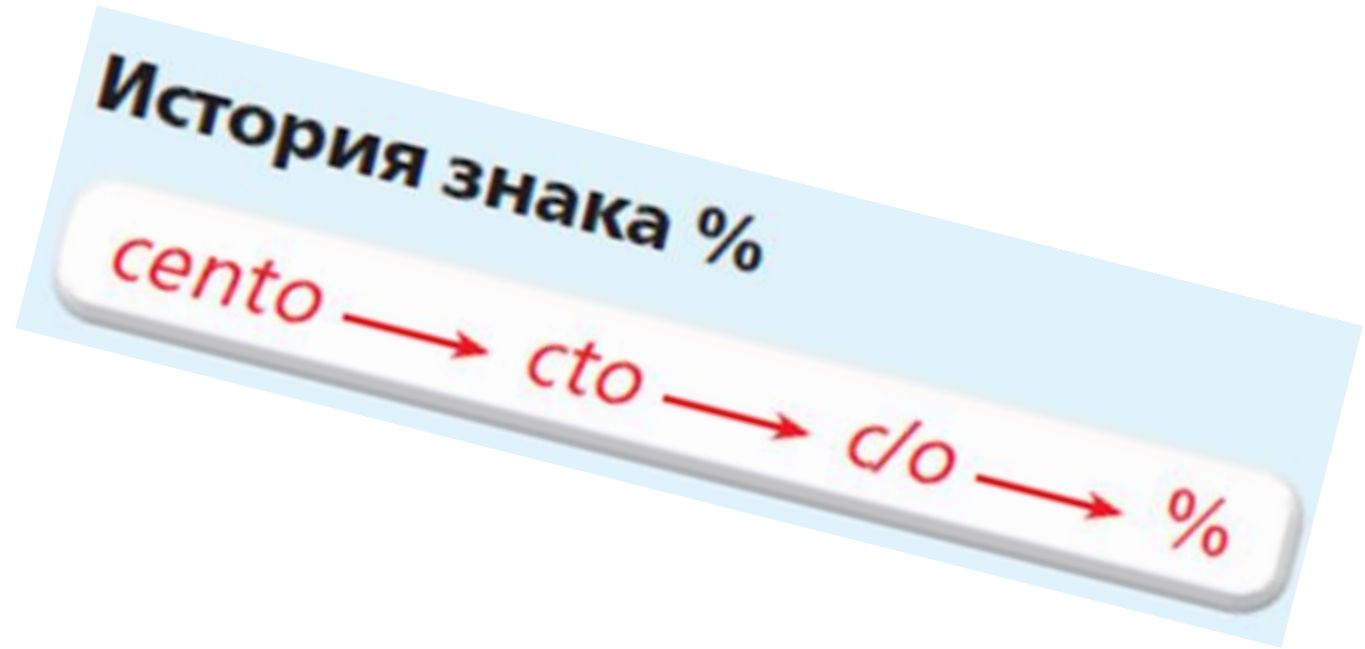
5% от 100 =

6% от 200 =

Как удобнее считать? Удобнее **сразу переводить % в десятичные дроби**

5% от 100 = $0,05 \cdot 100 =$

6% от 200 = $0,06 \cdot 200 =$



% изменение

- **Изменение в %** - это **относительное изменение** величины

Как записать «величина выросла на $k\%$ » или «величина уменьшилась на $k\%$ »?

 Сумма сбережений была **100** д.е., а затем **выросла на 5%**

Сумма сбережений была **200** д.е., а затем **уменьшилась на 6%**

Найдите новые суммы сбережений



Формула простых %

- Общая формула: $S = (1 + k) \cdot S_0$

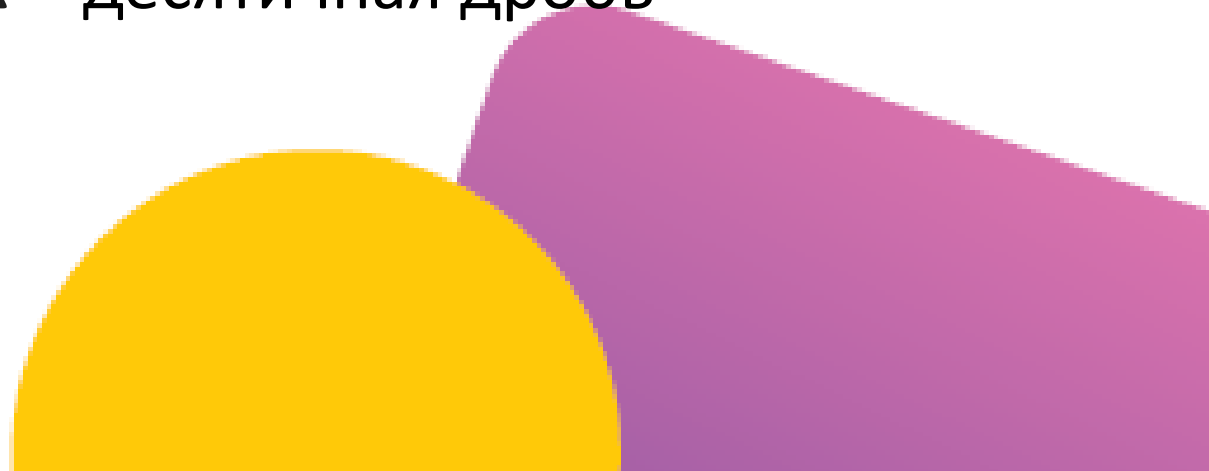
S_0 – первоначальная сумма

k – % изменение

«+» при увеличении

«-» при уменьшении

- **Важно!** В этой формуле значение k – десятичная дробь



Несколько % изменений

- Если первоначальная величина выросла на $k_1\%$, а потом новое значение выросло еще на $k_2\%$



Величина сбережений первоначально составляла **300** д.е., за 1-й год сбережения выросли на **8%**, а за 2-й год выросли на **7%**.

Чему стала равна сумма сбережений?

На сколько % выросла величина сбережений за 2 года?

Формула сложных %

- Общая формула: $S = (1 + k_1) \cdot (1 + k_2) \cdot \dots \cdot (1 + k_n) \cdot S_0$

n – число периодов

$k_1, k_2 \dots k_n$ – % изменение в каждом из периодов

- Если каждый период % изменение k одинаково:

$$S = (1 + k)^n \cdot S_0$$

- Например, k – ставка банковского % **за период**
- **Важно!** В этих формулах значение k – десятичная дробь



Пример – капитализация вклада

- Сколько %, по сравнению с первоначальной суммой, составит доход вкладчика, если он положил деньги на **2** года при условии **6% годовых без капитализации**?
- Сколько %, по сравнению с первоначальной суммой, составит доход вкладчика, если он положил деньги на **2** года при условии **6% годовых с ежегодной капитализацией**?

Банковская формула сложного %

Капитализация по годам	Капитализация по кварталам	Капитализация по месяцам
$S = S_0 \cdot (1 + i)^n$	$S = S_0 \cdot (1 + i/4)^n$	$S = S_0 \cdot (1 + i/12)^n$
$n = \text{число лет}$	$n = \text{число кварталов}$	$n = \text{число месяцев}$

i – годовая ставка % (например, $i = 0.1$)



Сколько %, по сравнению с первоначальной суммой, составит доход вкладчика, если срок вклада **18 месяцев** при условии **6% годовых с ежемесячной** капитализацией?

Проценты и процентные пункты

- Некоторые показатели всегда рассматриваются в относительных величинах (инфляция, безработица и т.п.). Для них % - **это единица измерения**, такая же, как кг или руб.
- В этом случае правильнее говорить **процентные пункты**.



Показатель безработицы в начале года составлял **4%**, а за год вырос на **2,5 процентных пункта**

Каким стал показатель безработицы?

Прогрессии



2 интернет-магазина. За счет раскрутки, хороших отзывов, роста охвата и повторных продаж доход ежемесячно и стабильно растет. Первоначально доход магазинов одинаков: **10** тыс.руб.

- 1-й магазин: доход каждый месяц растет на **5 тыс.руб.:** **10, 15, 20** и т.д.
- 2-й магазин: доход каждый месяц растет на **50%:** **10, $1.5 * 10 = 15$, $1.5 * 15 = 22.5$** и т.д.

Какие числовые прогрессии мы здесь видим?



Арифметическая прогрессия

- Каждый член задается формулой $a_{n+1} = a_n + d$

d – это **разность** арифметической прогрессии

- Формула n -члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$



1-й магазин: доход каждый месяц растет на 5 тыс.руб.: 10, 15, 20 и т.д.

- *Определите **разность** арифметической прогрессии d*
- *Сколько зарабатывает магазин за 4-й месяц?*
- *За 12-й месяц?*
- *Суммарный доход за 4 месяца?*

Сумма арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

 1-й магазин: доход каждый месяц растет на 5 тыс.руб.: **10, 15, 20** и т.д.

- *Суммарный доход за 4 месяца?*

Геометрическая прогрессия

- Каждый член задается формулой $b_{n+1} = b_n \cdot q$

q – это **знаменатель** геометрической прогрессии

- Формула n -члена арифметической прогрессии: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$



2-й магазин: доход каждый месяц растет на 50%: 10, 15, 22.5 и т.д.

- *Определите знаменатель геометрической прогрессии q*
- *Сколько заработает магазин за 4-й месяц?*
- *За 12-й месяц?*
- *Суммарный доход за 4 месяца?*

Сумма геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$$



2-й магазин: доход каждый месяц растет на **50%**: **10, 15, 22.5** и т.д.

- *Суммарный доход за 4 месяца?*

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия



Оффлайн-ларек. Первоначально доход **10** тыс.руб. Каждый день доход падает на **20%**: **10, 8, 6.4** и т.д.

- *В чем особенность такой прогрессии?*
- *Определите знаменатель геометрической прогрессии q*



Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1}{1-q} \quad \text{при условии, что } |q| < 1$$



Оффлайн-ларек. Каждый день доход падает на 20%: 10, 8, 6.4 и т.д.

Сколько ларек заработает за ВСЕ время деятельности?

Полезные формулы

	арифметическая	геометрическая
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n \times q, (q \neq 0)$
Формула n-го члена	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 \times q^{n-1}$
Формула суммы n первых членов	1) $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$	1) $S_n = \frac{b_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$
	2) $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \times n$	2) $S_n = \frac{b_n \times q - b_1}{q - 1}, (q \neq 1)$
свойства	1) $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$	1) $b_n = \sqrt{b_{n-k} \times b_{n+k}}$
	2) $a_k + a_l = a_m + a_n,$ если $n+l = m+n$ и	2) $b_k \times b_l = b_m \times b_n,$ если $k+l = m+n$



Спасибо за внимание !

Листок №3: Функции

Дедлайн: 07.08

