Центральная предметно-методическая комиссия
Всероссийской олимпиады школьников
по экономике

Сборник общеизвестных фактов и стандартных предпосылок для олимпиад по экономике

Версия 1.1

16 декабря 2025 г.

Предисловие

Для олимпиад по экономике нет единой «программы» — набора тем и материалов для подготовки, которые каждый олимпиадник должен освоить, а также стандартных предпосылок тех или иных моделей, которые имеют в виду авторы заданий. Тем не менее, существует концепция *общеизвестных фактов* — таких утверждений и результатов, которые участнику олимпиады необязательно доказывать в своих решениях. Жюри не должно снимать баллы, если эти факты использованы корректно, но не обоснованы в силу их общеизвестности.

Например, в Требованиях к организации и проведению заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по экономике в 2024/25 учебном году читаем:

> 3.11. Все утверждения, содержащиеся в решении участника, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений участника. Участник может не доказывать общеизвестные утверждения. Вопрос определения общеизвестности находится в компетенции жюри, но в любом случае общеизвестными считаются факты, изучаемые в рамках школьной программы. Также, как правило, общеизвестными можно считать те факты, которые многократно использовались в олимпиадах прошлых лет и приводились без доказательств в официальных решениях. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Решение, которое явно или скрыто опирается на не доказанные участником необщеизвестные факты, не может быть оценено на полный балл.

Этот сборник подготовлен, чтобы снять — хотя бы частично — вопросы о том, какие факты точно можно считать общеизвестными. Утверждения, приведенные ниже, включают как факты, обычно изучаемые в школьном курсе экономики, так и те, что были использованы в олимпиадах прошлых лет и приводились без доказательств в официальных решениях. Например, в разделе *Несовершенная конкуренция* сказано, что если спрос на продукцию монополиста задан убывающей линейной функцией, а предельные издержки не убывают и тоже линейны, то правилом $MR = MC$ можно пользоваться без проверки достаточных условий максимизации прибыли. Это значит, что участнику олимпиады необязательно указывать на параболу с ветвями вниз, проверять знак второй производной и т.п. — считается, что выполнение достаточных условий максимума прибыли в линейном случае *общеизвестно*, так что жюри не снизит оценку за решение, если они не проверены.

Кроме того, в сборнике приведен ряд положений, которые можно считать *предпосылками по умолчанию* (стандартными предпосылками). Например, в разделе *Спрос* указано, что функция спроса — невозрастающая. Конечно, бывают и возрастающие функции спроса (например, для товаров Гиффена), но наличие утверждения о невозрастании в этом сборнике означает, что *если в задании не сказано иного*, то участнику не следует рассматривать случай возрастающей кривой, а жюри — снимать баллы за нерассмотрение такого случая.

Если в задании не сказано иного — важная оговорка. Например, задание специально может быть составлено так, чтобы в нем была возрастающая функция спроса (она может быть дана в условии или выводиться в ходе решения). В таком случае, конечно, «общеизвестный факт» о невозрастании спроса перестает действовать, и пользоваться им нельзя. **Общеизвестные факты — не те, которые всегда верны, а те, которые, если они верны в рамках задания, можно не доказывать. Аналогично, стандартные предпосылки — не те, которые выполняются всегда, а те, которые можно использовать, если в задании ничего им не противоречит.**

Еще одно исключение — случай, когда доказательство самого «общеизвестного факта» является предметом задания. **В этом случае факт должен быть доказан, ссылаться на его общеизвестность нельзя.** Например, если в задании прямо требуется доказать формулу максимизации прибыли монополии $(P - MC)/P = 1/|E_P^D|$, то участник не может пропустить это доказательство, сославшись на то, что формула есть в данном сборнике. Факты из данного сборника можно не доказывать, если они используются как шаги в решении, но не в том случае, когда доказать их непосредственно требуется.

Данный сборник не содержит и не может содержать *все* общеизвестные факты и *все* стандартные предпосылки, используемые в олимпиадах по экономике. Однако **все приведенные здесь утверждения следует считать общеизвестными фактами или стандартными предпосылками**. Как и все банки мира, банк общеизвестных фактов в этом сборнике готов к пополнению, и его контент будет дополняться материалами новых состязаний и новыми темами, которые не охвачены в первой версии.

Сборник составлен ЦПМК ВсОШ по экономике, однако мы приглашаем методические комиссии других экономических олимпиад присоединиться к его составлению, а также присоединиться к признанию фактов общеизвестными и разместить ссылку на актуальную версию сборника на сайте олимпиады. Мы благодарим факультет экономических наук Высшей школы экономики за поддержку в составлении сборника.

Составители сборника выражают глубокую благодарность Д.Блидману, Р.Бахареву, А. Челеховскому, А.Шиварову за ценнные комментарии, которые позволили расширить и уточнить набор фактов, включенных в этот сборник.

Если у вас возникли замечания и предложения, касающиеся содержимого сборника, направьте их координатору рабочей группы по работе над ним Ирине Зороастровой (izoroastrova@hse.ru).

Актуальная версия этого сборника всегда размещена по адресу:

https://iloveeconomics.ru/facts

ЦПМК по экономике

Содержание

1 Математические свойства **5**
Формулы приближенных вычислений 5
Эластичность 5
2 Основные экономические понятия **5**
Кривая производственных возможностей 5
Обмен и кривая торговых возможностей 5
3 Спрос **6**
Функция спроса 6
Эластичность спроса 6
4 Предложение **7**
Функция предложения 7
Эластичность предложения 8
5 Рыночное равновесие **9**
Влияние изменений спроса и предложения на равновесие 9
Налоги на рынке совершенной конкуренции 9
Субсдии на рынке совершенной конкуренции 10
6 Фирма **10**
Издержки в краткосрочном периоде 10
Отдача от масштаба 11
Издержки в случае N заводов 11
Издержки и прибыль фирмы 11
7 Совершенная конкуренция **11**
Рыночное равновесие 11
Максимизация прибыли 11
8 Несовершенная конкуренция **12**
Монополия 12
Монополистическая конкуренция 13
Олигополия 13
9 Рынок труда **13**
10 Внешние эффекты (экстерналии) **14**
11 Неравенство **14**
Изменение неравенства 14
Кривая Лоренца и коэффициент Джини 14

1 Математические свойства

Формулы приближенных вычислений

Относительные изменения в %

Для малых значений $\Delta x = \frac{x_2 - x_1}{x_1} \cdot 100\,\%$ и $\Delta y = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \cdot 100\,\%$ справедливо:

$$\Delta(xy) \approx \Delta x + \Delta y, \qquad \Delta(x/y) \approx \Delta x - \Delta y.$$

Как правило, рассматриваются Δx и Δy не более 10 % каждое, чем меньше значения Δx и Δy, тем меньше погрешность вычислений.

Эластичность

Свойства эластичности нелинейных функций

- Эластичность функции в точке **равна** эластичности касательной к этой функции в этой точке.
- Степенные функции вида: $y = a \cdot x^n$, где $a \neq 0$ и $n \neq 0$ (и только они), в любой точке имеют **постоянную эластичность**: $E_x = n$.
  (см. также Эластичность спроса, Эластичность предложения)

2 Основные экономические понятия

Кривая производственных возможностей

В модели производства двух продуктов, где объединяются несколько экономик:

если альтернативные стоимости производства продуктов в экономиках различны и постоянны, то общая кривая производственных возможностей (КПВ) — ломаная линия, каждый отрезок которой соответствует КПВ определенной экономики, причем эти отрезки располагаются в соответствии с законом роста альтернативной стоимости[1].

Обмен и кривая торговых возможностей

В модели мира с двумя товарами, где рассматриваемая экономика является малой и открытой (то есть взаимодействует с внешним миром, не влияя на цены, которые в нем сложились):

кривая торговых возможностей (КТВ) всегда лежит не ниже чем КПВ[2].

[1] ВсОШ по экономике 2022/2023 год, региональный этап, 9-11 классы, задание 3.4.

[2] ВсОШ по экономике 2023/2024 год, региональный этап, 9-11 классы, задание 2.4.

3 Спрос

Функция спроса

- Для функции спроса $Q^D(P)$ справедливо $Q^D(P_1) \leqslant Q^D(P_2)$ для любых $P_1 \geqslant P_2$.
- Для обратной функции спроса $P^D(Q)$ справедливо $P^D(Q_1) \leqslant P^D(Q_2)$ для любых $Q_1 \geqslant Q_2$.
- Если сказано, что кривая спроса имеет *обычный вид*, то подразумевается, что функция спроса — непрерывная, дифференцируемая, строго убывающая при $P > 0, Q > 0$.

Эластичность спроса

- Измеряет чувствительность спроса к изменению одного из факторов спроса: цены, дохода, цены другого товара и т.п. — при прочих неизменных условиях.
- Если в задании не указано иное, имеется в виду точечная эластичность спроса по цене.
- Значения эластичности спроса по цене принято оценивать или сравнивать между собой по абсолютным величинам (по модулю).
- Все иные виды эластичности спроса могут быть рассчитаны по аналогичным формулам, где вместо цены выступает значение одного из факторов спроса (доход потребителя, цена другого товара и т.п.).

Эластичность линейного спроса по цене

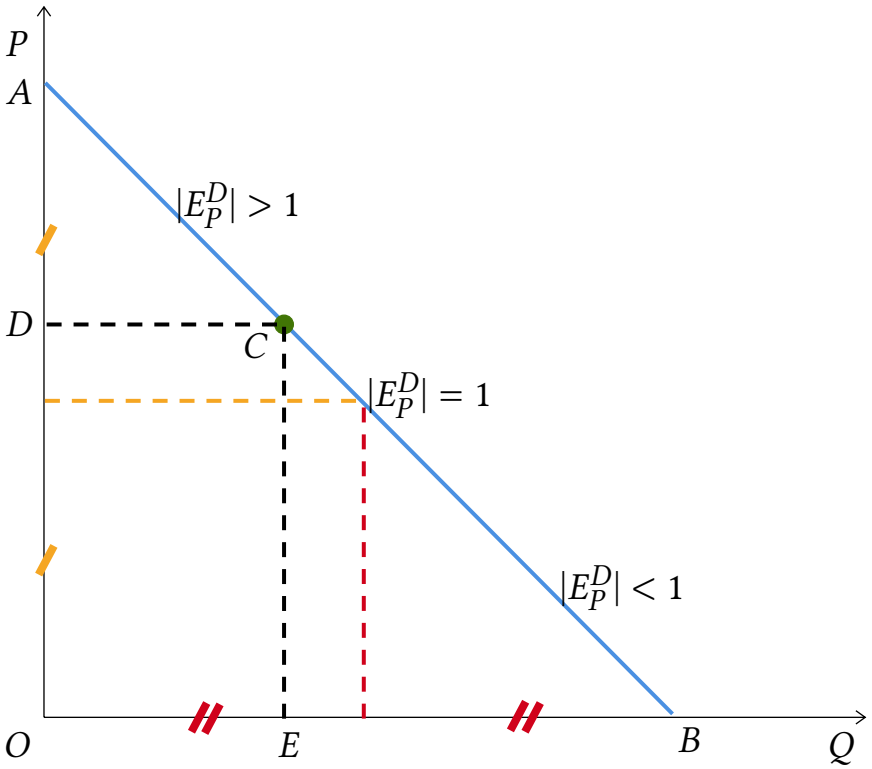
Для линейной функции спроса вида $Q^D = a - bP$ ($a > 0$, $b > 0$), справедливы следующие формулы вычисления точечной эластичности спроса по цене:

$$E_P^D = -b\frac{P}{Q}, \qquad E_P^D = \frac{-P}{a/b - P}, \qquad E_P^D = \frac{-(a-Q)}{Q}.$$

Геометрический смысл эластичности линейного спроса

- Модуль эластичности линейного спроса возрастает по цене.
- Точка единичной эластичности (-1) соответствует середине любого из отрезков (OA, OB и AB).
- Эластичность в произвольной т. C может быть вычислена как отношение следующих отрезков:

$$|E_P^D| = \frac{OD}{DA} = \frac{BC}{CA} = \frac{EB}{OE}.$$



В точке единичной эластичности:

- выручка (TR) максимальна,
- предельная выручка (MR) равна нулю.

Эластичность спроса и выручка

Изменение цены и выручки зависит от эластичности спроса по цене:

- если эластичность спроса по цене меньше 1 по модулю, то при небольшом увеличении цены выручка вырастет,
- если эластичность спроса по цене больше 1 по модулю, то при небольшом увеличении цены выручка уменьшится.

При малых изменениях цены и объема спроса справедлива формула приближенных вычислений:

$$\Delta TR(\%) \approx \Delta Q(\%) + \Delta P(\%).$$

Как правило, рассматриваются ΔQ и ΔP не более 10 % каждое. Чем меньше их значения, тем меньше погрешность вычисления по приближенной формуле.

4 Предложение

Функция предложения

- Для функции предложения $Q^S(P)$ справедливо $Q^S(P_1) \geqslant Q^S(P_2)$ для любых $P_1 \geqslant P_2$.
- Для обратной функции предложения $P^S(Q)$ справедливо $P^S(Q_1) \geqslant P^S(Q_2)$ для любых $Q_1 \geqslant Q_2$.

- Если сказано, что кривая предложения имеет *обычный вид*, то подразумевается, что функция предложения — непрерывная, дифференцируемая, строго возрастающая при $P > 0, Q > 0$.

Эластичность предложения

- Измеряет чувствительность предложения к изменению одного из факторов предложения: цены, цены используемого ресурса и т.п. — при прочих неизменных условиях.
- Если в задании не указано иное, имеется в виду точечная эластичность предложения по цене.
- Все иные виды эластичности предложения могут быть рассчитаны по аналогичным формулам, где вместо цены выступает значение одного из факторов предложения (цены на используемый ресурс и т.п.).

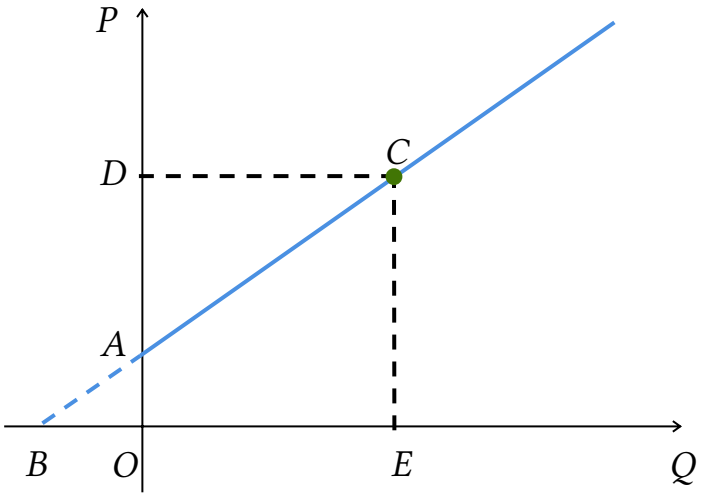
Эластичность линейного предложения по цене

Для линейной функции предложения вида $Q^S = c + dP$ (где d>0), точечной эластичности предложения по цене:

$$E_P^S = d \cdot \frac{P}{Q}, \qquad E_P^S = \frac{P}{c/d + P}, \qquad E_P^S = \frac{Q - c}{Q}.$$

Геометрический смысл эластичности линейного предложения

- Эластичность предложения в т. C может быть вычислена, как отношение следующих отрезков:
$$E_P^S = \frac{OD}{AD} = \frac{BE}{OE} = \frac{BC}{AC}.$$
- Если линейное предложение пересекается с осью OP выше начала координат, то оно эластично в любой точке ($E_P^S > 1$).
- Если линейное предложение пересекается с осью OQ т, то оно неэластично в любой точке ($E_P^S < 1$).
- Если линейное предложение выходит из точки начала координат, то оно обладает единичной эластичностью в любой точке ($E_P^S = 1$).



5 Рыночное равновесие

Влияние изменений спроса и предложения на равновесие

Если функции спроса и предложения имеют *обычный вид*, то они пересекаются при P>0 и Q>0. Для функций спроса и предложения *обычного вида* справедливо следующее:

- *рост/падение* спроса при неизменном предложении *увеличивает/уменьшает* равновесную цену и объем продаж,
- *рост/падение* предложения при неизменном спросе *уменьшает/ увеличивает* равновесную цену и *увеличивает/уменьшает* объем продаж,
- одновременные *рост/падение* спроса и предложения *увеличивают/уменьшают* равновесный объем продаж, но изменение цены неопределенно,
- одновременные *рост/падение* спроса и *падение/рост* предложения *увеличивают/уменьшают* равновесную цену, но изменение равновесного объема продаж неопределенно.

Налоги на рынке совершенной конкуренции

Соотношения между ценой, получаемой продавцом (P^S), ценой, уплачиваемой покупателем (P^D), и ставкой налога на единицу товара (t):

- налог со ставкой, выраженной в денежных единицах: $P^S = P^D - t$,
- налог в процентах от цены покупателя: $P^S = P^D(1-t)$, где t выражена в долях,
- налог в процентах от цены продавца: $P^S = P^D/(1+t)$, где t выражена в долях.

На рынке совершенной конкуренции с линейными функциями спроса и предложения при введении потоварного налога справедливо:

$$\frac{T^D}{T^S} = \frac{|\Delta P^D|}{|\Delta P^S|} = \left|\frac{E_P^S}{E_P^D}\right|,$$

где T^D – налоговое бремя потребителей, T^S – налоговое бремя продавцов,

ΔP^D – изменение цены для потребителей, ΔP^S – изменение цены для продавцов, E_P^D и E_P^S – эластичности спроса и предложения в точке равновесия до введения налога.

При условии, что после введения налога объем продаж положителен, для функций спроса и предложения *обычного вида* справедливо следующее:

если эластичность спроса по модулю *меньше/больше*, чем эластичность предложения, то потребители несут *большее/меньшее* налоговое бремя, чем производители.

Субсдии на рынке совершенной конкуренции

Соотношения между ценой, получаемой продавцом (P^S), ценой, уплачиваемой покупателем (P^D), и ставкой субсидии на единицу товара (s):

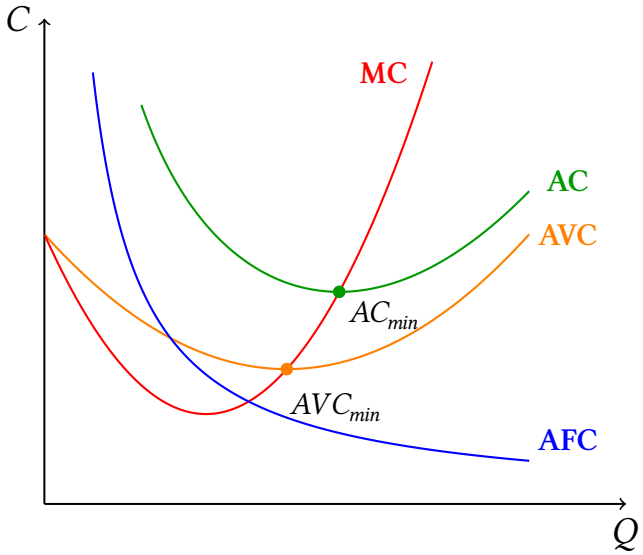
- субсидия со ставкой, выраженной в денежных единицах: $P^S = P^D + s$,
- субсидия в процентах от цены покупателя: $P^S = P^D(1+s)$, где s выражена в долях,
- субсидия в процентах от цены продавца: $P^S = P^D/(1-s)$, где s выражена в долях.

6 Фирма

Для всех функций издержек подразумевается, что цены используемых факторов производства неизменны, т.е. не зависят от объема выпуска фирмы.

Издержки в краткосрочном периоде

- Стандартный U-**образный** вид графиков средних (AC), средних переменных (AVC) и предельных (MC) издержек:



- При ненулевых постоянных издержках (FC) функция средних постоянных издержек (AFC) — строго убывающая.

Отдача от масштаба

Средние долгосрочные издержки (LAC):
- возрастают с ростом выпуска при убывающей отдаче от масштаба,
- убывают с ростом выпуска при возрастающей отдаче от масштаба,
- $LAC = const$ при постоянной отдаче от масштаба.

Издержки в случае N заводов

- Фирма, в распоряжении которой находятся N заводов по производству одного и того же товара, будет стремиться распределить объем выпуска по отдельным заводам $Q = q_1 + q_2 + ... + q_N$ так, чтобы минимизировать общие издержки $TC(Q)$.
- **Необходимое** условие оптимальности распределения объемов выпуска $q_i^\star$ по N заводам для $q_i^\star > 0$, где $i = 1, 2, ..., N$:

$$MC_1(q_1^\star) = MC_2(q_2^\star) = ... = MC_N(q_N^\star) \, .$$

Издержки и прибыль фирмы

- Функция совокупных издержек $TC(Q)$ описывает **экономические издержки**.
- Функция прибыли $\Pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$ описывает **экономическую прибыль**.

7 Совершенная конкуренция

Рыночное равновесие

- Спрос на продукцию отдельной фирмы абсолютно эластичен по цене.
- Число фирм на рынке в краткосрочном периоде остается неизменным, в долгосрочном периоде может изменяться.
- Если информация у всех агентов полная, а внешние эффекты отсутствуют, равновесный объем выпуска на рынке совершенной конкуренции оптимален с точки зрения общества (общественное благосостояние максимально).

Максимизация прибыли

Необходимое условие оптимальности объема выпуска $q^\star$ при $q^\star > 0$:

$$P = MC(q^\star).$$

Если не указано иное, действующая на рынке фирма выпускает $q^\star > 0$ при условии $\pi(q^\star) > \pi(0)$, эквивалентном:
- в краткосрочном периоде условию $P \geqslant \min AVC$,
- в долгосрочном периоде условию $P \geqslant \min AC$.

8 Несовершенная конкуренция

Монополия

Максимизация прибыли монополистом

- Для линейного спроса вида $P = a - bQ$ $(a, b > 0)$ предельная выручка: $MR = a - 2bQ$.
- Связь предельной выручки, цены и эластичности спроса по цене:

$$MR = P\left(1 - \frac{1}{|E_P^D|}\right).$$

- **Необходимое** условие оптимальности объема выпуска $Q^\star$ при $Q^\star > 0$:

$$MR(Q^\star) = MC(Q^\star).$$

- В точке оптимального выпуска $Q^\star > 0$ справедливо:

$$\frac{P - MC}{P} = \frac{1}{|E_P^D|}, \tag{1}$$

  где E_P^D — эластичность спроса в точке оптимального выпуска.
- При положительных предельных издержках $(MC > 0)$ монополист устанавливает цену, соответствующую эластичному участку спроса: $|E_P^D| > 1$.
- Условие $MR(Q) = MC(Q)$ является **достаточным** условием максимума прибыли при убывающей линейной функции спроса $P(Q)$ и неубывающей линейной функции предельных издержек $MC(Q)$.
- Уравнение (1) является **достаточным** условием максимума прибыли при спросе с постоянной эластичностью по цене и постоянных предельных издержках.

Монополия и совершенная конкуренция

Для рынка, где функции спроса и предложения *обычного вида*, при прочих равных условиях монополизация конкурентного рынка приводит к:

- увеличению рыночной цены: $P_M > P_C$,
- уменьшению рыночного объем продаж: $Q_M < Q_C$,
- уменьшению общественного благосостояния: $SW_M < SW_C$.

Ценовая дискриминация 1-й степени (совершенная)

Функция предельной выручки монополиста совпадает с функцией спроса:

$$MR(Q) = P(Q).$$

Ценовая дискриминация 3-й степени

- **Необходимое** условие максимизации прибыли для N групп потребителей:

$$MR_1(q_1^\star) = MR_2(q_2^\star) = ... = MR_N(q_N^\star) = MC(Q^\star),$$

  где $Q^\star = q_1^\star + q_2^\star + ... + q_N^\star$ и $q_i^\star > 0, i = 1, 2, ..., N$.
- При ценовой дискриминации прибыль не увеличится тогда и только тогда, когда фирма установит одинаковые цены для всех групп потребителей[3].

Монополистическая конкуренция

В долгосрочном равновесии фирма — монополистический конкурент получает нормальную экономическую прибыль $\Pi = 0$.

Олигополия

Если не указано иное, в моделях олигополии предполагается, что:
- информация полная, т.е. игроки знают о существовании и возможностях друг друга, всем игрокам известны функция рыночного спроса и функции издержек других игроков,
- фирмы, вступившие в сговор (картель), ведут себя как одна фирма, максимизирующая свою общую прибыль.

Лидер и последователь

При последовательном взаимодействии решение осуществляется по принципу обратной индукции, т.е. вначале рассматривается задача игрока, принимающего решение последним.

9 Рынок труда

Для рынка, где труд — единственный переменный фактор производства, функции спроса на труд $w^D(L)$ и предложения труда $w^S(L)$ *обычного вида.*

- **Необходимое** условие оптимального найма при $L^\star > 0$:

$$MRP_L(L^\star) = MC_L(L^\star),$$

  где $MC_L = (w^S(L)L)'$ — предельные издержки на труд.
- При монопсонии заработная плата и объем найма устанавливаются ниже конкурентного уровня.

[3] ВсОШ по экономике 2021/2022 год, региональный этап, 11 класс, задание 4.4.

10 Внешние эффекты (экстерналии)

- Если экономический агент А влияет своими действиями (отрицательно или положительно) на другого экономического агента Б и не учитывает этого при принятии решений, то объем деятельности такого агента А не оптимален: при отрицательном внешнем эффекте – избыточен, при положительном – недостаточен.
- **Необходимое** условие общественно оптимального объема потребления $Q^\star$ при $Q^\star > 0$:

  $$MSB(Q^\star) = MSC(Q^\star),$$

  где $MSB(Q)$ — предельная общественная выгода, $MSC(Q)$ — предельные общественные издержки.

11 Неравенство

Изменение неравенства

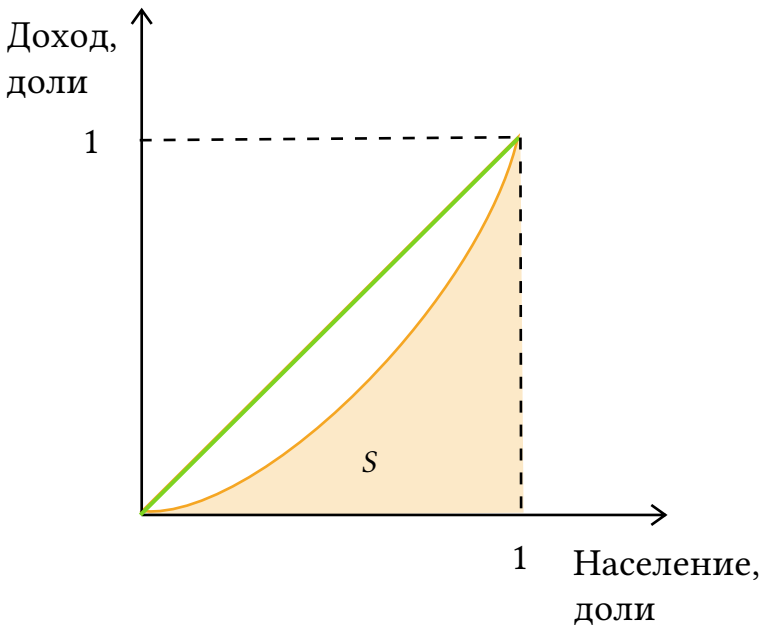
- Пропорциональный подоходный налог не меняет относительного распределения доходов и не влияет на неравенство.
- Прогрессивный подоходный налог способствует уменьшению неравенства.
- Регрессивный подоходный налог способствует увеличению неравенства.

Кривая Лоренца и коэффициент Джини

- Коэффициент Джини может быть вычислен по формуле:

  $$G = 1 - 2S,$$

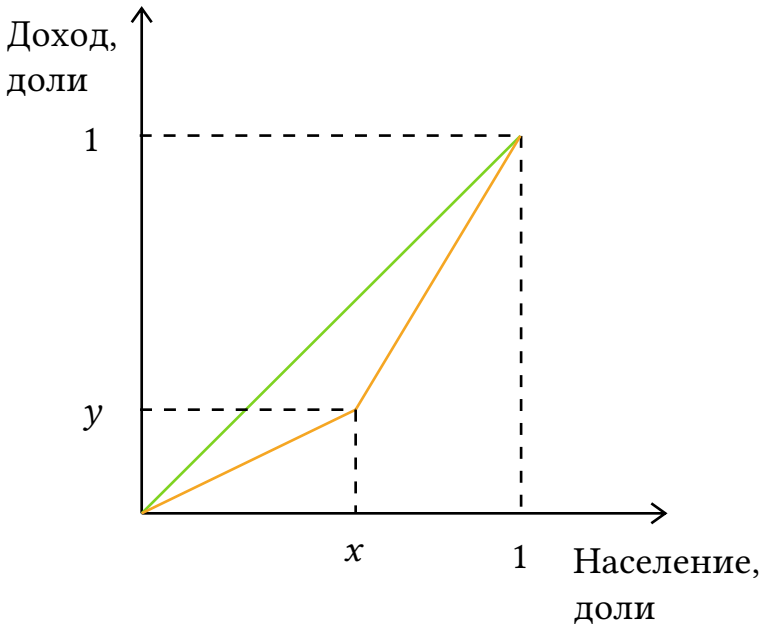
  где S - площадь под кривой Лоренца.



- Для случая двух групп с разными, но равномерно распределенными внутри групп доходами[4]:

$$G = x - y,$$

где (x,y) — точка излома соответствующей кривой Лоренца.



[4]ВсОШ по экономике 2024/2025 год, региональный этап, 10-11 классы, задание 3.1.