

## ОЧ 2014 8 класс, решения

### Задание 1

В стране Double Coincidence живут всего три человека со следующими предпочтениями в потреблении и производственными возможностями:

Первому индивиду необходимы услуги парикмахера, и он может преподавать макроэкономику. Другой желал бы сходить с гидом на обзорный тур по Москве, при этом он может и умеет стричь людей. Третий же очень хочет изучить макроэкономику и может проводить экскурсии по Москве. Изначально денег в экономике не существует, и люди не способны их создать.

В каждый момент времени могут встретиться только два человека. Возможность того, что три человека окажутся в одном месте одновременно, отсутствует.

1. Возможна ли торговля в такой экономике? Будут ли удовлетворены потребности жителей? Почему?

2. Предположим, что второй индивид теперь может шить футболки вместо того, чтобы делать стрижки. Также предположим, что первый индивид хочет приобрести футболку, а не сходить к парикмахеру. Возможна ли торговля в этом случае? Ответ поясните. В чем существенное различие между этим и первоначальным случаем?

3. Наконец, предположим, что мы опять имеем дело с первоначальным случаем, т.е. заменим футболки на стрижки. Теперь в экономике существует четвертый товар – бумажные деньги, которые никому не интересны с точки зрения потребления, однако могут быть использованы каждым для покупки других товаров и услуг. Определите, кто с кем торгует.

4. Какая функция денег подчеркивается изложенной в предыдущем вопросе ситуацией? Какие еще функции денег вам известны? Кратко поясните перечисленные Вами функции.

Решение:

1. Торговля в такой экономике невозможна, решение удобнее представить графически.



Все потребности – это потребности в услугах, а не в товарах. Это означает, что оба индивида должны присутствовать при удовлетворении потребности (процесс оказания услуги неразрывно связан с человеком, которому предоставляется услуга).

2. В этом случае торговля возможна, если использовать футболку в качестве товарных денег.



Пусть 2-ой и 3-ий встретились: второй может сшить футболку третьему и сходить на экскурсию с третьим. Третий получит футболку за то, что проведет экскурсию.

При встрече 1-ого и 3-его: 1-ый получает футболку (у третьего она есть) и преподает ему макроэкономику.

3. Вновь наблюдаем ситуацию из вопроса 1.



С наличием денег I индивид покупает у II индивида парикмахерские услуги. II индивид платит III индивиду за обзорный тур, а III индивид платит I индивиду за уроки макроэкономики.

4. Описанная в вопросе 3 ситуация объясняет функцию денег как средства обмена (обращения).

В экономике деньги выполняют следующие функции:

- средства обращения (способность быстро и без издержек обмениваться на любое благо, выступая посредником в сделках по их обмену)
- меры стоимости (соизмерение ценности товаров и услуг; измеритель, в котором выражаются цены всех остальных благ)

- средства сохранения ценности (сохраняя деньги в течение определенного времени, люди тем самым сохраняют представляемую ими ценность)

## Задание 2

Восьмиклассник Серёжа очень любит шоколадные конфеты фирмы «Сладкоежка». При этом он очень привередлив: он ест только молочный шоколад, а белый терпеть не может. К сожалению, фирма «Сладкоежка» продает свой товар только коробками с конфетами двух видов. Коробка шоколадных конфет «Восхищение» содержит 8 конфет из молочного шоколада и 10 из белого, а коробка под названием «Мечта» – 12 конфет из молочного шоколада и 20 из белого. Стоят коробки 45 и 75 рублей соответственно.

Каждый месяц родители дают Серёже 800 рублей на карманные расходы и, конечно же, он тратит все свои деньги на свое любимое лакомство.

1. Какое максимальное количество конфет из молочного шоколада может приобрести Серёжа за месяц?

2. Допустим, одноклассник Серёжи Ваня очень любит белый шоколад и готов покупать его у Серёжи в неограниченных количествах по цене 2 рубля за одну конфету после того, как Сережа съест все конфеты из молочного шоколада. Как в этом случае изменится месячный рацион Серёжи? Сколько коробок «Мечта» и «Восхищение» он купит?

Решение:

Задачу можно решить перебором (придется рассмотреть пять случаев). Мы же приведем рассуждения, позволяющие сократить перебор до двух вариантов. Рассмотрим стоимость покупки 3х коробок конфет «Восхищение». Их стоимость равна  $3 \times 45 = 135$  рублей. Купив их, Серёжа получит  $3 \times 8 = 24$  конфеты.

Рассмотрим стоимость покупки 2х коробок конфет «Мечта». Их стоимость равна  $2 \times 75 = 150$  рублей. Они содержат также  $2 \times 12 = 24$  конфеты.

Из этого можно сделать вывод, что Серёжа не будет покупать больше 2х коробок конфет «Мечта» в месяц (вместо двух этих коробок выгоднее взять три коробки «Восхищение»). Остается перебрать два случая.

Перебор:

1) Серёжа покупает одну коробку «Мечта», в которой содержится 12 конфет из молочного шоколада. Также у него остается 800-75 рублей на покупку коробок «Восхищение», в каждой из которых по 8 конфет из молочного шоколада :

$$Q_{\text{ш}} = 12 + [725 / 45] \times 8 = 12 + 16 \times 8 = 140^1.$$

2) Серёжа покупает только «Восхищение»:

$$Q_{\text{ш}} = [800 / 45] \times 8 = 17 \times 8 = 136$$

Таким образом, Серёжа может купить не более 140 конфет из молочного шоколада.

Ответ: 140 конфет.

2. Сразу же после покупки любой коробки конфет Серёже выгодно тут же продать весь белый шоколад Ване.

На вырученные от продажи белого шоколада деньги можно докупить еще несколько коробок конфет.

Таким образом, можно считать, что стоимость одной коробки «Восхищение» стала  $45 - 10 \times 2 = 25$  рублей, а стоимость коробки «Мечта» =  $75 - 20 \times 2 = 35$  рублей.

Аналогично можно рассмотреть стоимость 3х коробок «Восхищение» и 2х коробок «Мечта», но теперь окажется, что коробку «Мечта» покупать выгоднее. Казалось бы, можно, аналогично случаю А, сделать простой перебор, но уже трёх случаев (можно купить 0, 1 или 2 коробки «Восхищение»). Однако в данной задаче это неверно.

Рассмотрим покупку последней коробки конфет. Если это «Восхищение», то Серёжа продаёт 10 конфет Ване и у него в кармане остается 20 рублей, которые он никак не сможет потратить. Если

---

<sup>1</sup> Здесь и далее в решении выражение в квадратных скобках [y] означает целую часть y.

это «Мечта», то Серёжа продаёт 20 конфет Ване, и у него в кармане остается 40 рублей, которые он никак не сможет потратить. Таким образом, у нас меняется бюджетное ограничение Серёжи. Если он не покупает ни одной коробки «Восхищение», то в его распоряжении остается  $800 - 40 = 760$  рублей. Если он покупает хотя бы одно «Восхищение», то на покупку конфет он может тратить  $800 - 20 = 780$  рублей.

Поэтому нам теперь нужно рассматривать случай, когда Серёжа покупает 3 коробки «Восхищение», так как в случаях  $Q=3$  и  $Q=0$  мы имеем разные бюджетные ограничения.

$$1) Q_B = 0$$

$$Q = [760/35] \times 12 = 252$$

$$2) Q_B = 1$$

$$Q = [(780 - 25)/35] \times 12 + 8 = 260$$

$$3) Q_B = 2$$

$$Q = [(780 - 50)/35] \times 12 + 16 = 256$$

$$4) Q_B = 3$$

$$Q = [(780 - 75)/35] \times 12 + 24 = 264$$

Ответ: 264 конфеты: 3 коробки «Восхищение» и 20 коробок «Мечта».

### Задание 3

Предприниматель X договорился с администрацией страны Фрутляндии о разрешении продажи и производства фруктов.

В таблице представлены издержки провоза 1 кг фруктов (во фруктах – единице валюты Фрутляндии) на прямую перевозку между городами, т.е. перевозку без промежуточного города.

		в город		
		А	Б	В
из города	А	0	15	5
	Б	15	0	5
	В	7	7	0

Возможна также косвенная перевозка (например, перевозка из А в В через Б, которая будет стоить  $15+5=20$  фруктов за 1 кг перевезенных фруктов).

Предприниматель X может производить любой объем апельсинов в городе А, себестоимость – 10 фруктов за 1 кг апельсинов. Город Б предъявляет спрос на 100 кг апельсинов по цене 19 фруктов за 1 кг апельсинов.

Произвести любой объем бананов предприниматель X может в городе Б, себестоимость – 20 фруктов за 1 кг бананов. Город В предъявляет спрос на 200 кг бананов по цене 30 фруктов за 1 кг бананов.

Также предприниматель X может произвести в городе В любой объем винограда, себестоимость – 15 фруктов за 1 кг винограда. Город А предъявляет спрос на 100 кг винограда по цене 16 фруктов за 1 кг винограда.

Каждый город предъявляет спрос только на один вид фруктов.

Информацию выше можно представить в виде следующей таблицы:

Фрукт	Город-производитель	Себестоимость производства, фруктов за кг	Город-покупатель	Объем спроса (кг)	Цена, фруктов за кг
Апельсин	А	10	Б	100	19
Банан	Б	20	В	200	30
Виноград	В	15	А	100	16

Известно, что неудовлетворенность спроса в любом городе отразится проведением в нем 1 митинга в нем. За каждый митинг администрация Фрутляндии будет взимать штраф с предпринимателя X в размере 500 фрутиков.

Определите, выгодно ли предпринимателю начинать бизнес или нет. Обоснуйте свой ответ. Если предпринимателю выгодно начать бизнес, определите, что и в каком объеме будет производить и доставлять г-н X. Вычислите прибыль предпринимателя.

Решение:

Решение данной задачи удобнее представить в виде таблицы:

Фрукт	Город-производитель	Себестоимость производства, фрутиков за кг	Город-покупатель	Объем спроса (кг)	Цена, фрутиков за кг	Цена перевозки, за кг	Финансовый результат	Штраф за митинг	Итог
Апельсин	А	10	Б	100	19	12 (через В)	-300	нет	-300
Банан	Б	20	В	200	30	5	1000	нет	1000
Виноград	В	15	А	100	16	7	-600	да	-500

Важно отметить, что если предпринимателю выгодно производить какой-то фрукт, то он будет производить этот фрукт ровно в количестве, на которое предъявляется спрос. Это можно объяснить тем, что если он произведет меньше, то предпринимателю придется платить штраф за неудовлетворенный спрос.

Также поясним, почему цена перевозки из А в Б равна 12, а не 15, как указано в таблице. По условию возможна косвенная перевозка через промежуточный город. В данном случае это выгоднее (из А в В она равна 5; из В в Б – 7)

Значения в столбце финансовый результат получены как разница между выручкой от продаж и издержками на транспортировку и производства. Например, финансовый результат от апельсинов равен:  $19 * 100 - 10 * 100 - 12 * 100 = -300$

В столбце штраф за митинг приведена информация о том, выгодно ли предпринимателю допускать митинг. Столбец итог получается после сравнения возможного финансового результата от продаж фруктов и штрафа за митинг. Штраф за митинг выгоден только в случае недопоставок винограда:  $-500 > -600$ .

Суммируя итоговый доход с учетом штрафов и издержек от продаж всех фруктов, предприниматель получит прибыль в размере 200 фрутиков:  $-300 + 1000 - 500 = 200$ .

#### Задание 4

В последнее десятилетие в некоторых странах мира были проведены кардинальные реформы системы школьного образования. В частности, вместо одинакового для всех старшеклассников набора дисциплин в некоторых странах перешли на системы «курсов по выбору», когда учащиеся сами могут выбирать, какие классы им посещать.

Страна А подумывает о целесообразности перехода на подобную систему с гибкой программой для старшеклассников (последний год обучения в школе). Цель реформы – увеличить средний балл выпускников по ЕГЭ. Свое решение правительство страны принимает на основе данных о результатах реформы в двух других странах. В стране N всегда действовала классическая система с обязательной учебной программой, в то время как в стране М сначала действовала классическая система образования, но затем была проведена реформа, и с 2010 года все выпускники школ учились по системе «курсов по выбору». Ниже приведены имеющиеся данные о среднем балле по ЕГЭ в этих странах:

	2006	2007	2008	2009	2010
Страна N	30	33	36	40	43
Страна М	41	44	47	50	57

Вам предлагается подготовить свое экспертное заключение для правительства, обсудив чужие мнения и предложив свою собственную оценку. Постарайтесь при этом максимально использовать имеющиеся данные.

1. На основании имеющейся информации первая группа экспертов сделала вывод, что реформа позволит увеличить средний балл по ЕГЭ приблизительно на 7 пунктов. Как Вам кажется, на чем основана эта оценка? Почему, скорее всего, она плохо отражает истинный эффект реформы?
2. Между тем, вторая группа экспертов считает, что реформа сможет увеличить средний балл по ЕГЭ приблизительно на 14 пунктов. Как Вам кажется, на чем основана эта оценка? Почему, скорее всего, она плохо отражает истинный эффект реформы?
3. Можете ли Вы предложить более надежную оценку эффекта от реформы на основе имеющейся информации? Какие у нее могут быть недостатки?
4. Используя данные о среднем балле ЕГЭ в двух странах в 2006-2009 годах, проанализируйте надежность вашей оценки.

Решение:

1. Очевидно, данная группа экспертов сравнила результаты ЕГЭ до и после реформы в стране М. Таким образом, эксперты предполагают, что реформа – единственный фактор, изменившийся с 2009 года по 2010 год и повлиявший на результаты ЕГЭ

Эту предпосылку трудно назвать реалистичной: например, правительство могло провести другие реформы, прямо или косвенно влияющие на успеваемость старшеклассников (переподготовка педагогических кадров, изменение программы учебных дисциплин), могли измениться условия сдачи экзаменов. Наконец, выпускники разных лет могут отличаться по общему уровню успеваемости. К тому же, в стране М каждый год наблюдался устойчивый рост среднего балла на 3 пункта, однако эксперты не учли этого факта.

2. Данная группа экспертов сравнила результаты ЕГЭ в 2010 году в двух странах. Тем самым эксперты неявно предполагают, что вся разница в результатах ЕГЭ объясняется различиями в организации школьной программы в старших классах. Иными словами, эксперты не принимают во внимание потенциальные различия между начальной школой в двух странах, между воспитанием подростков и спросом экономики на различные уровни образования.

3. Можно заметить, что часть недостатков двух оценок можно нивелировать, если сравнить результаты одновременно между годами и странами. Предполагая, что существуют общие факторы, влияющие на результаты ЕГЭ в обеих странах, их роль можно оценить, используя данные в 2009-2010 годах по стране N, в которой не было реформы. Данный эффект равен 3. Между тем средний балл ЕГЭ вырос в 2009-2010 годах в стране М, где была проведена реформа, на 7 баллов. Разницу между двумя показателями (4 пункта) логично отнести за счет реформы.

Хотя данная оценка более надежна, чем предыдущие два варианта, у неё также имеются существенные недостатки:

- Прежде всего оценка предполагает, что все факторы, помимо реформы, влияющие на результаты ЕГЭ в двух странах, у них одинаковые. Если, скажем, страны N и M провели иные реформы в 2009 году, то это может привести к относительному росту результатов в стране M, даже если интересующая экспертов реформа реально не имела никакого эффекта.
- Оценка сделана на основе данных о двух конкретных годах и регионах. Нельзя до конца быть уверенным, что реформа будет иметь одинаковый эффект в других обстоятельствах.
- Оценка основана на очень небольшом объеме данных, поэтому скорее всего не отличается большой точностью. Если бы имелось больше информации из других регионов, можно было бы получить более надежную оценку или по крайней мере сделать вывод о её точности.

4. Как отмечено выше, одна из главных предпосылок последней оценки заключается в том, что страны очень похожи за исключением проведения реформы. То есть изменения в результатах ЕГЭ между годами в двух странах обусловлены одними и теми же факторами. Хотя проверить точно это предположение при имеющихся данных невозможно. Естественно ожидать, что если оно верно, то динамика ЕГЭ в годы перед реформой в двух странах должна быть схожа. Действительно, согласно данным таблицы, в обеих странах в 2006-2009 годах рост результатов ЕГЭ составлял 3-4

балла в год. Если нарисовать два графика, можно заметить, что в двух странах “параллельные тренды”.

### Задание 5

В этом задании необходимо разгадать кроссворд и угадать загаданное слово из 13 букв:

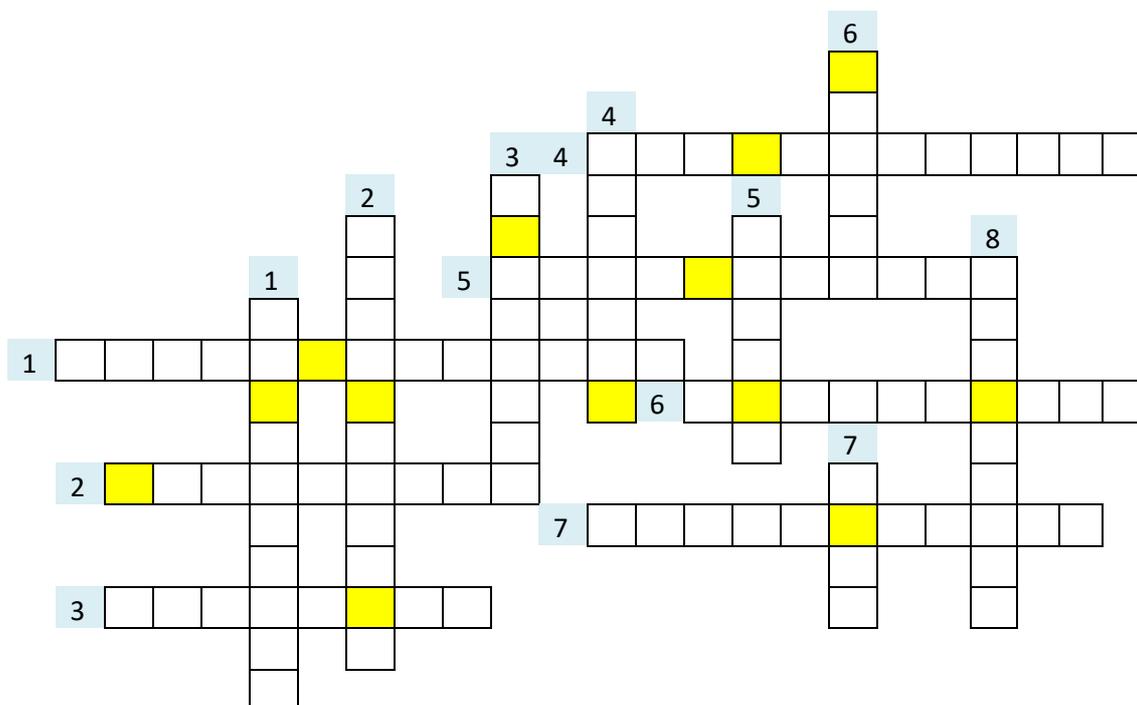
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Рассмотрите две предложенные ниже ситуации – они описывают загаданное слово.

1. Проездные на метро для школьников, студентов и пенсионеров стоят дешевле, чем проездные для работающих людей, не относящихся к этим категориям.
2. В музеях Москвы цены на входные билеты дешевле для студентов и дороже для иностранных граждан.

Разгадайте кроссворд. Он поможет угадать загаданное слово, которое состоит из выделенных цветом букв в кроссворде.

В задании оценивается и правильно разгаданное слово, и каждое правильное слово в кроссворде.



#### По горизонтали:

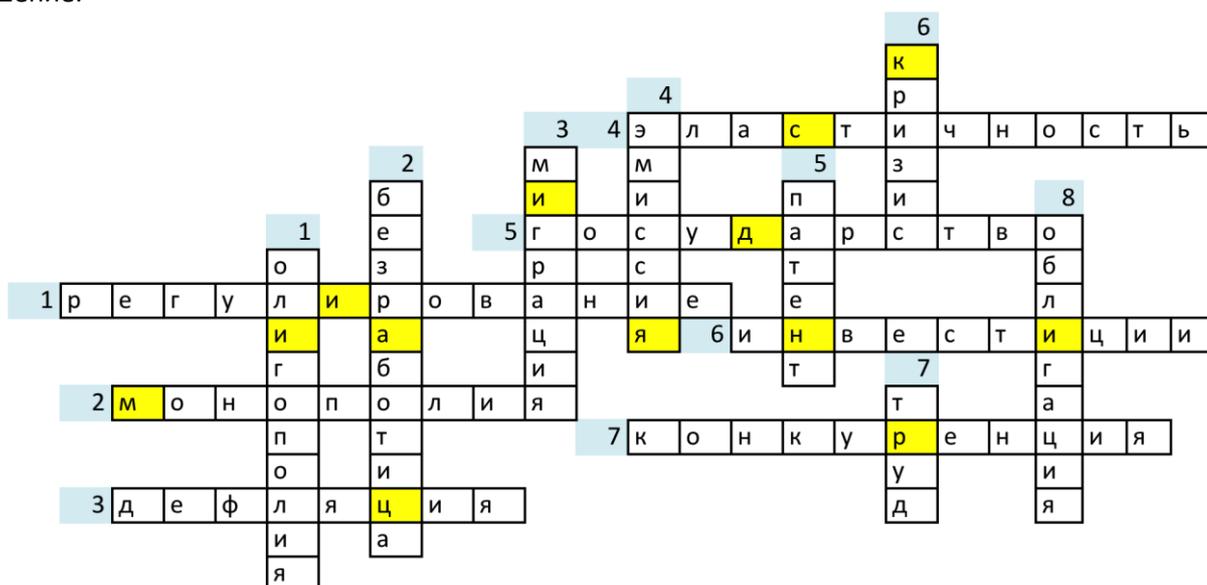
1. Процесс воздействия на объект управления с целью достижения состояния устойчивости данного объекта
2. Тип рыночной структуры, при котором на рынке действует только одна фирма
3. Экономическая ситуация, характеризующаяся падением общего уровня цен.
4. Мера чувствительности одной экономической переменной к изменению другой, показывающая, на сколько процентов изменится одна переменная при изменении другой на 1%.
5. Организация, обладающая определённой территорией, суверенитетом, аппаратом управления и принуждения.
6. Вложение капитала в какой-либо объект для увеличения впоследствии своих доходов

- Динамический процесс, соперничество между субъектами рыночной экономики, обычно стимулирующий рынок.

**По вертикали:**

- Тип рыночной структуры, при котором на рынке действует некоторое малое число крупных фирм
- Социально-экономическое явление, при котором часть трудоспособного населения не имеет работы, но активно её ищет
- Территориальное перемещение населения, иногда сопровождающееся сменой места жительства
- Выпуск в обращение новых денег, приводящий к увеличению денежной массы
- Официальный документ, удостоверяющий исключительное право, авторство и приоритет изобретения
- Экономическая ситуация, при которой в стране происходит снижение производства, повышение уровня безработицы и другие неблагоприятные для страны в целом явления
- Один из факторов производства
- Ценная бумага, представляющая собой долговое обязательство правительства или фирмы, и гарантирующая владельцу возврат долга с процентами в течение некоторого периода времени

Решение:



Загаданное слово: ДИСКРИМИНАЦИЯ.

## ОЧ 2014 9 класс, решения

### Задание 1

В сказочной республике Экоматемашии в скором времени состоятся парламентские выборы. За власть в стране борются две партии – Богачи и Бедняки. В распоряжении партии Бедняков имеется 1 очий (денежная единица Экоматемашии), в распоряжении Богачей – 25 очиев, и это открытая информация. Каждая из партий максимизирует долю мест в парламенте. Богачи и Бедняки не любят друг друга и не будут договариваться о каком-либо сотрудничестве, даже если оно взаимовыгодно.

За несколько дней до голосования в штабах обеих партий раздались телефонные звонки. Звонил назначенный главой избирательной комиссии чиновник Непротивоткатов, чтобы пригласить представителей обеих партий на закрытую встречу. На встрече он заявил: «Вы должны понимать, что окончательные решения относительно исхода голосования буду принимать я. Предлагаю играть в открытую: в зависимости от того, сколько денег вы мне дадите в качестве взятки, я могу изменить результаты партии ваших конкурентов. Доля мест вашей партии в парламенте будет пропорциональна доле индекса избираемости к сумме индексов двух партий. Если Бедняки заплатят мне  $x$  очиев, индекс избираемости Богачей составит  $I_r = x^2 - 2x + 1,5$ . Если Богачи заплатят мне  $y$  очиев, индекс избираемости Бедняков составит  $I_p = y^2 - 50y + 625,5$ ».

Если обе партии действуют рационально, какая из них получит большинство в парламенте? Сколько денег потратят на взятку Бедняки, а сколько – Богачи? Учтите, что никакая партия не заинтересована тратить денег больше, чем необходимо! Аргументируйте свои ответы.

Решение:

Для начала разберёмся, какой минимальный индекс избираемости может обеспечить конкуренту каждая из партий.

$$\begin{aligned} I_r &= (x - 1)^2 + 0,5 \Rightarrow I_{r_{\min}} = I_r(1) = 0,5 \\ I_p &= (y - 25)^2 + 0,5 \Rightarrow I_{p_{\min}} = I_p(25) = 0,5 \\ I_r &= I_p \end{aligned}$$

Поскольку у каждой партии имеется в распоряжении необходимое для минимизации индекса избираемости соперника количество очиев, предположим, что для каждой партии оптимально потратить на взятку все имеющиеся в распоряжении деньги. Теперь докажем, что полная трата денег действительно является оптимальной стратегией для каждой из партий. Проведём рассуждение для партии Богачей (для Бедняков доказательство аналогично).

Обратим внимание, что целевой функцией партии Богачей является  $f_r = I_r / (I_r + I_p)$  («Доля мест вашей партии в парламенте будет пропорциональна вашему индексу избираемости»). Эту функцию нужно максимизировать. Но по какой переменной? По  $I_p$  – ведь именно на этот параметр Богачи могут влиять. Тогда, принимая  $I_r$  в качестве константы,  $\max[I_r / (I_r + I_p)] \Leftrightarrow \min[I_p]$ . Значит, для максимизации доли мест в парламенте необходимо минимизировать индекс конкурентов, и найденная выше стратегия на самом деле оптимальна. Трата всех имеющихся денег не является «тратой большей, чем необходимо».

Таким образом, Богачи потратят на взятку 25 очиев, Бедняки – 1 очий. При этом их индексы избираемости совпадут, и ни одна из партий не сможет обеспечить парламентское большинство – места между ними разделятся поровну.

Этого же результата можно было бы добиться и с меньшими затратами: например, если бы Бедняки договорились с Богачами потратить 0 очиев, а Богачи – 24 очия, их индексы избираемости снова совпали бы, и исход оказался бы тем же. Но кооперация запрещена условием: «Богачи и Бедняки не любят друг друга и не будут договариваться о каком-либо сотрудничестве, даже если оно взаимовыгодно».

Ответ: ни одна из партий не получит большинство, каждый потратит по максимуму: 1 и 25 очиев.

### Задание 2

На совершенно конкурентном рынке предприниматель работает на собственном самосвале и перевозит гравий. Собственный вес самосвала составляет 8 тонн. За перевозку 1 тонны гравия он получает 2000 рублей.

Известны предельные издержки (в рублях) на перевозку каждой дополнительной тонны груза (за 1 рейс):

$$MC(q) = 3q^2 - 220q + 4400, \text{ где } q - \text{ количество тонн гравия}$$

Средние расходы на перевозку 1 тонны груза (AC) (за 1 рейс):

$$AC(q) = q^2 - 110q + 4400$$

1. Какое количество груза будет перевозить автомобиль при таких условиях? Какую прибыль получит предприниматель?
2. Предположим, что наш предприниматель решил соблюдать закон. По закону максимальный вес грузового автомобиля составляет 40 тонн. Какую прибыль в этих условиях получит предприниматель?
3. Какого размера должен быть штраф за превышение максимального веса грузового автомобиля, чтобы предпринимателю было неважно – соблюдать закон или нет (при условии, что нарушение обязательно будет выявлено)?
4. Анализируя средние издержки, посчитайте, какую максимально возможную прибыль на единицу продукции (на 1 тонну гравия) может получить предприниматель.

Решение:

1. Воспользуемся условием максимизации прибыли на рынке совершенной конкуренции.

Оптимальным является объем выпуска, при котором цена равна предельным издержкам фирмы:<sup>2</sup>

$$p = MC$$

Получаем уравнение:

$$3q^2 - 220q + 4400 = 2000,$$

решая которое, получаем два уровня выпуска:  $q_1 = 60$ ;  $q_2 = \frac{40}{3}$ .

Прибыль, которую получает предприниматель, равна:  $PR = TR - TC = p * q - q * AC(q)$

Максимальная прибыль достигается при  $q = 60$  и составляет  $2000 * 60 - 60 * (60^2 - 110 * 60 + 4400) = 36000$ .

При  $q = \frac{40}{3}$  прибыль отрицательна:

$$2000 * \frac{40}{3} - \frac{40}{3} * \left( \left( \frac{40}{3} \right)^2 - 110 * \frac{40}{3} + 4400 \right) = \left( -2400 + 110 * \frac{40}{3} \right) * \frac{40}{3} - \left( \frac{40}{3} \right)^3 < 0$$

2. Теперь предпринимателю запрещено провозить 60 тонн гравия. Максимально возможный объем гравия теперь составляет:  $40 - 8 = 32$  тонны.

Прибыль, которую получит предприниматель, составит при этих условиях  $2000 * 32 - 32 * (32^2 - 110 * 32 + 4400) = 3072$

3. При штрафе ниже, чем  $36000 - 3072 = 32928$ , предпринимателю будет выгодно нарушать закон. Соответственно, предпринимателю все равно, нарушать закон или нет при штрафе, равном 32928.

4. Для ответа на данный вопрос необходимо найти максимальное значение прибыли на единицу продукции, т.е. величины  $\pi = \frac{TR-TC}{q}$ .

Заметим, что  $\frac{TR-TC}{q} = \frac{pq-TC}{q} = p - AC(q)$ . Максимум данной функции достигается тогда, когда достигается минимум функции  $AC(q)$ .

График функции  $AC(q) = q^2 - 110q + 4400$  – парабола, ветви которой направлены вверх.

Следовательно, данная функция достигает минимума в вершине, т.е. при  $q = \frac{110}{2} = 55$ . Значение функции в точке  $q = 55$  составляет  $AC(55) = 55^2 - 110 * 55 + 4400 = 1375$ .

Таким образом, максимальное значение прибыли на единицу продукции равно  $2000 - 1375 = 625$ .

---

<sup>2</sup> Заметим, что это необходимое условие максимизации прибыли.

### Задание 3

Для анализа рыночной структуры используется такой показатель как степень концентрации, который отражает удельный вес крупных фирм, доминирующих на рынке.

На концентрацию влияют два параметра – число фирм на рынке и также распределение рыночных долей фирм. Считается, что чем меньше фирм, тем выше уровень концентрации; чем выше неравномерность распределения рыночных долей, тем выше уровень концентрации.

Не существует единого способа расчета этого показателя. На практике используются несколько индексов, применяющихся в зависимости от конкретной ситуации. Рассмотрим три индекса. Все они принимают значения от нуля (в случае совершенной конкуренции, когда на рынке работает большое число одинаковых фирм) до единицы (в случае монополии, когда на рынке функционирует лишь одна фирма).

- $\frac{1}{n}$ , где  $n$  – количество фирм на рынке
- Индекс Герфиндаля-Хиршмана  $HHI = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2$ , где  $s_i = \frac{q_i}{Q}$  – доля  $i$ -той фирмы на рынке;  $Q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n$
- Индекс Холла-Тайдмана  $HTI = \frac{1}{2(R_1s_1 + R_2s_2 + \dots + R_ns_n) - 1}$  где  $R_i$  – ранг  $i$ -той фирмы (фирма, имеющая наибольшую долю на рынке, имеет ранг 1, фирма с наименьшей долей имеет ранг  $n$ )

Имеется следующая информация о рынке некоторого продукта в стране А:

	Объем продаж	Доля в суммарном объеме продаж
Фирма 1	180	0,2
Фирма 2	270	
Фирма 3	360	
Фирма 4		

- Рассчитайте 3 индекса концентрации для данного рынка
- Какие преимущества и недостатки имеет каждый из перечисленных индексов?
- Исследователи считают, что через некоторое время структура рынка в стране А может измениться. Известно, что доли объемов продаж Фирмы 1 и Фирмы 4 не изменятся; Фирма 2 станет лидером, а Фирма 3 займет второе место на рынке. Найдите границы, в которых может установиться значение индекса  $HTI$  в этом случае.

Решение:

- Вычислим долю для каждой из фирм и проставим соответствующие ранги:

	Объем продаж	Доля в суммарном объеме продаж ( $s_i$ )	Ранг ( $R_i$ )
Фирма 1	180	0,2	3
Фирма 2	270	0,3	2
Фирма 3	360	0,4	1
Фирма 4	90	0,1	4
Сумма:	900	1	

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$HHI_A = 0,2^2 + 0,3^2 + 0,4^2 + 0,1^2 = 0,3$$

$$HTI = \frac{1}{2(3*0,2+2*0,3+1*0,4+4*0,1)-1} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

- Нет единого метода измерения рыночной концентрации, т.к. существует несколько факторов, влияющих на этот показатель, и учесть их все в одном индексе достаточно сложно.

Показатель  $\frac{1}{n}$  является наиболее простым для вычисления (необходимо знать только количество фирм), но, с другой стороны, этот показатель никак не учитывает относительный размер фирм на рынке.

Индекс НИ учитывает размеры фирм, но он недооценивает роль фирм небольшого размера.

Индекс НТИ увеличивает значение мелких фирм на рынке из-за умножения их рыночных долей на более высокий ранг.

3. Пусть  $x$  – доля Фирмы 2,  $y$  – доля Фирмы 3.

	Доля в суммарном объеме продаж ( $s_i$ )	Ранг ( $R_i$ )
Фирма 1	0,2	3
Фирма 2	$x$	1
Фирма 3	$y$	2
Фирма 4	0,1	4
Сумма:	1	

При этом  $x + y = 0,7$ .

Чтобы Фирма 3 была на втором месте, должно выполняться условие  $0,2 < y < x$ .

$$\text{Индекс } HTI = \frac{1}{2x+4y+1}.$$

$$\text{Решая систему } \begin{cases} HTI = \frac{1}{2x+4y+1} \\ x + y = 0,7 \\ 0,2 < y < x \end{cases}, \text{ получим, что } \frac{10}{31} < HTI < \frac{5}{14}.$$

Ответ:  $(\frac{10}{31}; \frac{5}{14})$ .

#### Задание 4

В последнее десятилетие в некоторых странах мира были проведены кардинальные реформы системы школьного образования. В частности, вместо одинакового для всех старшеклассников набора дисциплин в некоторых странах перешли на системы «курсов по выбору», когда учащиеся сами могут выбирать, какие классы им посещать.

Страна А подумывает о целесообразности перехода на подобную систему с гибкой программой для старшеклассников (последний год обучения в школе). Цель реформы – увеличить средний балл выпускников по ЕГЭ. Свое решение правительство страны принимает на основе данных о результатах реформы в двух других странах. В стране N всегда действовала классическая система с обязательной учебной программой, в то время как в стране М сначала действовала классическая система образования, но затем была проведена реформа, и с 2010 года все выпускники школ учились по системе «курсов по выбору». Ниже приведены имеющиеся данные о среднем балле по ЕГЭ в этих странах:

	2006	2007	2008	2009	2010
Страна N	30	33	36	40	43
Страна М	41	44	47	50	57

Вам предлагается подготовить свое экспертное заключение для правительства, обсудив чужие мнения и предложив свою собственную оценку. Постарайтесь при этом максимально использовать имеющиеся данные.

1. На основании имеющейся информации первая группа экспертов сделала вывод, что реформа позволит увеличить средний балл по ЕГЭ приблизительно на 7 пунктов. Как Вам кажется, на чем основана эта оценка? Почему, скорее всего, она плохо отражает истинный эффект реформы?

2. Между тем, вторая группа экспертов считает, что реформа сможет увеличить средний балл по ЕГЭ приблизительно на 14 пунктов. Как Вам кажется, на чем основана эта оценка? Почему, скорее всего, она плохо отражает истинный эффект реформы?

3. Можете ли Вы предложить более надежную оценку эффекта от реформы на основе имеющейся информации? Какие у нее могут быть недостатки?
4. Используя данные о среднем балле ЕГЭ в двух странах в 2006-2009 годах, проанализируйте надежность вашей оценки.

Решение:

1. Очевидно, данная группа экспертов сравнила результаты ЕГЭ до и после реформы в стране М. Таким образом, эксперты предполагают, что реформа – единственный фактор, изменившийся с 2009 года по 2010 год и повлиявший на результаты ЕГЭ

Эту предпосылку трудно назвать реалистичной: например, правительство могло провести другие реформы, прямо или косвенно влияющие на успеваемость старшеклассников (переподготовка педагогических кадров, изменение программы учебных дисциплин), могли измениться условия сдачи экзаменов. Наконец, выпускники разных лет могут отличаться по общему уровню успеваемости. К тому же, в стране М каждый год наблюдался устойчивый рост среднего балла на 3 пункта, однако эксперты не учли этого факта.

2. Данная группа экспертов сравнила результаты ЕГЭ в 2010 году в двух странах. Тем самым эксперты неявно предполагают, что вся разница в результатах ЕГЭ объясняется различиями в организации школьной программы в старших классах. Иными словами, эксперты не принимают во внимание потенциальные различия между начальной школой в двух странах, между воспитанием подростков и спросом экономики на различные уровни образования.

3. Можно заметить, что часть недостатков двух оценок можно нивелировать, если сравнить результаты одновременно между годами и странами. Предполагая, что существуют общие факторы, влияющие на результаты ЕГЭ в обеих странах, их роль можно оценить, используя данные в 2009-2010 годах по стране N, в которой не было реформы. Данный эффект равен 3. Между тем средний балл ЕГЭ вырос в 2009-2010 годах в стране М, где была проведена реформа, на 7 баллов. Разницу между двумя показателями (4 пункта) логично отнести за счет реформы.

Хотя данная оценка более надежна, чем предыдущие два варианта, у неё также имеются существенные недостатки:

- Прежде всего оценка предполагает, что все факторы, помимо реформы, влияющие на результаты ЕГЭ в двух странах, у них одинаковые. Если, скажем, страны N и M провели иные реформы в 2009 году, то это может привести к относительному росту результатов в стране М, даже если интересующая экспертов реформа реально не имела никакого эффекта.
- Оценка сделана на основе данных о двух конкретных годах и регионах. Нельзя до конца быть уверенным, что реформа будет иметь одинаковый эффект в других обстоятельствах.
- Оценка основана на очень небольшом объеме данных, поэтому скорее всего не отличается большой точностью. Если бы имелось больше информации из других регионов, можно было бы получить более надежную оценку или по крайней мере сделать вывод о её точности.

4. Как отмечено выше, одна из главных предпосылок последней оценки заключается в том, что страны очень похожи за исключением проведения реформы. То есть изменения в результатах ЕГЭ между годами в двух странах обусловлены одними и теми же факторами. Хотя проверить точно это предположение при имеющихся данных невозможно. Естественно ожидать, что если оно верно, то динамика ЕГЭ в годы перед реформой в двух странах должна быть схожа. Действительно, согласно данным таблицы, в обеих странах в 2006-2009 годах рост результатов ЕГЭ составлял 3-4 балла в год. Если нарисовать два графика, можно заметить, что в двух странах “параллельные тренды”.