*Добрый день, дорогой Друг!*

*Мы рады тебя приветствовать на первой олимпиаде Вечерней Школы МИЭФ. У тебя есть* ***230 минут*** *для решения* ***7 задач****.*

*Желаем удачи!*

**Задача №1. Адская кухня. 15 баллов.**

В ресторане “Як Мышь” работают шеф и повара. Задача поваров – приготовить блюдо, заказанное гостем, а задача шефа – контролировать качество блюд.

Шеф проверяет не все блюда, а только 80% из них. Он очень внимателен и замечает плохое блюдо с вероятностью 95%. Однако иногда он бывает *слишком* внимателен, так что он может забраковать хорошее блюдо с вероятностью 15%.

Гости в этом ресторане двух видов – гурманы и простые посетители, при этом гурманы составляют 10% от потока гостей. Если гость не гурман, то он заметит плохое (если оно вышло в зал) блюдо с вероятностью 30%. Гурманы ошибаются гораздо реже, так что они замечают плохое блюдо с вероятностью 90%. Однако хорошее блюдо всегда нравится и тем, и другим.

Повар может приготовить хорошее блюдо с вероятностью 70%.

а) Какова вероятность, что гость забракует блюдо?

б) Какова вероятность, что шеф совершит ошибку, проверяя блюдо?

**Задача №2. Безвозвратная потеря . 10 баллов.**

Из архива статистики о неравенстве доходов крупно населённой страны ЧиТаун известно, что для нее кривая Лоренца на участке $p\in \left[0;0.4\right]$ описывается функцией $i=0.4\sqrt{2} - \sqrt{0.32-p^{2}}$, где $i$ – доля от общего дохода, $p$ – доля от населения страны. Данные об оставшейся группе населения были безвозвратно утеряны.

Оцените возможные значения коэффициента Джини для этой страны. Решение сопроводите графическими иллюстрациями (где это имеет смысл).

**Задача №3. Патенты и гирлянды. 20 баллов.**

Объясните, в чём смысл патентов с точки зрения экономики, зачем они нужны. Напишите не больше 120 слов.

Проиллюстрируйте значимость патентов на следующем примере.

В городе Патенбург на улицах всегда праздник и люди очень любят украшать свои дома гирляндами. Всех жителей городка можно разделить на две равные группы: на тех, кто любит яркие лампочки в гирляндах, и на тех, кто любит тусклые лампочки. Индивидуальные функции полезности представителей этих групп задаются соответственно уравнениями $U\_{B}=y-(10-x)^{2}-10(8-L)^{2}$ и $U\_{F}=y-(10-x)^{2}-10(2-L)^{2}$, где $x-$количество гирлянд (бесконечно-делимых), $y$ – все другие товары, $L$ – уровень яркости лампочек в гирлянде. Цены на все другие товары равны $p\_{y}=1$. Всего в городке проживает 200 человек.

Рынок гирлянд в городке Патенбург является совершенно конкурентным, при этом функция издержек у всех фирм задаётся уравнением $TC=4x$. Фирмы могут производить только лампочки с уровнем яркости $L=5.$ Но некоторая фирма нашла способ производить лампочки с уровнем яркости $L=7$, однако это требует дальнейших инвестиций в исследования свойств лампочек на сумму $R=5500$. Как только фирма закончит исследования, она сможет производить такие гирлянды, но при этом другие предприниматели могут «украсть» эту разработку (новая технология становится общедоступной). В Патенбурге фактор дисконтирования равен $δ=\frac{1}{2}$.

**Задача №4. Тигрологично! 15 баллов.**

На факультете ИКЭФ есть два типа студентов: прогульщики и непрогульщики, студентов каждого типа поровну. На ИКЭФ приближается сессия, скоро экзамен по тигрологии! Каждый студент встаёт перед выбором: готовиться всю ночь перед экзаменом или выспаться. В свою очередь профессор по тигрологии имеет два варианта экзамена: сложный и лёгкий. Когда профессор видит студента, он может понять, выспался он или нет, но не может понять, какого типа студент перед ним. Не выспавшийся студент всегда получает сложный вариант экзамена (и знает это заранее). Выспавшийся студент может получить либо лёгкий, либо сложный, в зависимости от выбора профессора. Оценка за экзамен может быть только целым количеством баллов от 1 до 5. Не прогуливающий студент пишет сложный экзамен на 2, а лёгкий на 4. Прогуливающий студент пишет любой экзамен на 2. Подготовка ночью увеличивает оценку студента любого типа за любой вариант экзамена на 1. Студент максимизирует свою оценку. Профессор не проверяет работы самостоятельно и получает полезность, равную оценке студента. Также, выдача сложного экзамена увеличивает полезность профессора на 1.

Рассмотрим взаимодействие одного студента и профессора.

а) Будет ли прогуливающий студент спать в ночь перед экзаменом?

б) Если профессор видит выспавшегося студента, какую вероятность он присваивает событию «студент не является прогульщиком»?

в) Какую стратегию применит профессор?

г) Какую стратегию применит студент каждого типа?

д) Выгодно ли профессору выдавать невыспавшемуся студенту лёгкий экзамен?

**Задача №5. Торговля и санкции. 15 баллов.**

Страна Утопия (U) производит два вида товара: золотые зефирки (*Х*) и парусину (𝑌), её КПВ задается уравнением $X + Y =15$. У страны есть два торговых партнёра - страна Русняжество (R) и страна Евроландия (E). Их КПВ задаются уравнениями $X + 3Y =90$ и $3X + Y =90$ соответственно. Предположим, что со страной R торговля происходит по ценам $P\_{x}=1$, $P\_{y}=2$, а со страной E по ценам$ P\_{x}=2$, $P\_{y}=1$.

Известно, что страна R и страна E находятся в затяжном конфликте, враждуют и не торгуют друг с другом.

а) Предположим, страна R вводит санкции на страну U, если та будет торговать со страной E (в таком случае страна R отказывается от торговли со страной U). Постройте КТВ страны U. Изобразите КТВ графически.

б) Рассмотрим случай, когда страна U может торговать сразу с двумя торговыми партнерами (странами R и E). Будем считать, что за год страна U может один раз поменяться со страной R и один раз со страной E (то есть, если страна U уже произвела обмен, например, со страной R, то больше со страной R она торговать не может). Изобразите графически область потенциально достижимых комбинаций товаров Х и У, которые страна U может получить с учётом торговли.

в) Рассмотрим случай, когда страна U может торговать сразу с двумя торговыми партнерами неограниченное количество раз в течение года. Изобразите графически область потенциально достижимых комбинаций товаров Х и У, которые страна U может получить с учётом торговли.

г) Дайте наиболее точное и полное определение понятию арбитраж. Что скорее всего произойдёт с ценами на товары Х и У, после того как страны заключат перемирие и возобновят торговлю?

**Задача №6. Футуризм и розы. 15 баллов.**

И. Северянин решил начать свой бизнес – продавать выращенные своими руками розы – для чего приобрел право на монопольную их продажу в Крыму. В этом $(t=0)$ году спрос на розы в этой республике был равен $Q=100-P$ тысяч штук, $P$ – цена в тысячах рублей. И. Северянин несет в среднем на производство 1 тысячи роз 36 тысяч рублей издержек независимо от объема выпуска, к тому же, нужен год на их выращивание. Известно, что спрос (при каждом значении цены) на все товары в республике Крым растет в $A>1$ раз ежегодно.

В. Маяковский с вероятностью $p=\frac{1}{3}$ может украсть у И. Северянина 1 тысячу штук (которые В. Маяковский потом продаст в Москве) так, что И. Северянин не успеет возместить пропажу. При этом, так как В. Маяковский совершенствует свои навыки вора, каждый год возможная величина изъятия растет в $2A$ раз (так, например, в следующий год он потенциально может украсть $2A$ тысяч штук). Если после кражи у И. Северянина не останется роз, он сразу станет банкротом и уйдет с рынка навсегда (в результате чего, начнётся подъём в металлургической отрасли).

Определите ожидаемую В. Маяковским продолжительность нахождения И. Северянина на рынке, учитывая, что предприниматель не знает о воровской деятельности В. Маяковского и все кражи считает разовыми случаями.

**Задача №7. Банки и добавки. 10 баллов.**

Прокомментируйте следующее утверждение: «Банки только помогают перераспределять активы во времени, но не добавляют никакой добавочной стоимости для экономики страны».

Напишите не более 350 слов.