1. Фирма с одним товаром и одной ценой

Летняя экономическая школа «I Love Economics»
Курс: Микроэкономика: поведение фирмы
Преподаватель: Алексей Суздальцев
Ассистенты: С. Алексенко, Ю. Евсюкова, Е. Гончарова, М. Земцов, Т. Рафикова
Дедлайн: 19 августа 2016 г.

Задача 1.1

Функция спроса описывается уравнением $Q = 10 - P$, а функция издержек — уравнением $TC = 2Q + F$, где F — величина фиксированных издержек.

а) Найдите оптимальный выпуск и цену фирмы при $F = 10$; $F = 100$. Для каждого из случаев изобразите график прибыли как функции от выпуска.

б) Рассмотрим ту же задачу для случая, когда фирма принимает решение в момент, когда постоянные издержки еще не понесены, то есть функция издержек имеет вид $TC(Q) = \begin{cases} 2Q + F, & Q > 0; \\ 0, & Q = 0. \end{cases}$ Найдите оптимальный выпуск и, если возможно, цену фирмы при $F = 10$; $F = 100$. Для каждого из случаев изобразите график прибыли как функции от выпуска.

в) Допустим, в ситуации пункта б) F равнялось 10, но в следующем месяце выросло до 15. Следует ли фирме поднимать цену, чтобы «окупить» рост постоянных издержек?

Задача 1.2. Оптимум фирмы при ограничении на выпуск

На базе отдыха «Акйач» 150 мест. Переменные издержки на обслуживание одного человека в день равны 1 тыс. рублей. Постоянные издержки уже понесены.

а) Допустим, спрос на отдых на базе описывается уравнением $Q = 200 - 50P$, где Q — количество желающих отдохнуть, P — цена за сутки (в тыс. рублей). Найдите оптимальную для базы цену (в день) и количество человек, которое отдохнет на ней.

б) В августе на базу приезжает летняя школа по экономике, в результате чего рыночный спрос растет до $400 - 50P$. Найдите оптимальную для базы цену (в день) и количество человек, которое отдохнет на ней.

в) В каждом из двух случаев выше проиллюстрируйте решение с помощью графика прибыли (как функции от выпуска), указав отрезок, на котором происходит оптимизация.

Задача 1.3. Максимизация не-прибыли

Потренируемся теперь находить оптимум фирмы, если она максимизирует не прибыль, а что-то другое. Обратная функция спроса задана уравнением $P = 10 - Q/2$, а функция издержек — уравнением $TC = 2Q + 9$. Найдите оптимальный выпуск фирмы, если она максимизирует:

а) прибыль;
б) выручку;
в) среднее арифметическое прибыли и выручки;
г) доходность бизнеса, то есть отношение прибыли к общим издержкам (иногда эту величину называют рентабельностью издержек).

Задача 1.4

Фирма предпринимателя Ц. выращивает алюминиевые огурцы на брезентовом поле. Спрос на огурцы имеет вид $Q = 18 - P$, а функция общих издержек имеет вид $TC = Q^2/2$.

а) Найдите оптимальный выпуск и цену фирмы, а также сумму налоговых сборов, если государство введет налог в размере 3 ден. ед. за каждый проданный огурец.

б) Как изменится ваш ответ на а), если фирма в момент выбора выпуска и цены не будет знать о введении налога?

в) Допустим, фирма знает о введении налога. Может ли государство получить сумму сборов больше, чем в а)? Если да, то найдите, какую ставку налога оно должно назначить.

г) Допустим, государство (в лице чиновника Ч.) ввело налог, найденный вами в в). Чиновник готов отменить налог, если предприниматель преподнесет ему подарок стоимостью X, где X больше, чем сумма налоговых сборов. При каких X сделка между чиновником и предпринимателем будет выгодна для обоих?

По мотивам задачи из конкурса РЭШ — 2011

Задача 1.5. Оптимум фирмы при наличии запасов

Спрос на продукцию фирмы-монополиста описывается уравнением $Q_d = 20 - P$. На данный момент на складах фирмы уже имеется q_0 единиц продукции, а производство дополнительного ее количества будет сопровождаться для фирмы издержками $TC(Q) = Q^2$, где Q — объем *дополнительного* выпуска.

а) Запишите прибыль фирмы как функцию от объема *продаж*. Определите оптимальный для фирмы объем продаж при $q_0 = 6$; $q_0 = 14$.

б) Пусть теперь $q_0 = 14$, но продукция эта быстро портится, и если она не будет продана до конца периода, то фирма понесет издержки в размере 4 на ликвидацию каждой из оставшихся на складе единиц. Найдите оптимальный объем продаж в этом случае.

«Высшая проба» — 2011

Задача 1.6. Два завода: когда использовать оба?

У фирмы есть два завода с функциями издержек $TC_1(q_1)$ и $TC_2(q_2)$. Фирма хочет оптимально распределить производство Q единиц продукции между двумя заводами. В каждом из перечисленных случаев найдите оптимальный объем производства на первом заводе $q_1(Q)$, результирующие минимальные издержки $TC(Q)$ и определите, при каких Q фирме следует использовать оба завода:

а) $TC_1(q_1) = 3q_1$, $TC_2(q_2) = \begin{cases} q_2 + 30, & q_2 > 0; \\ 0, & q_2 = 0. \end{cases}$;

б) $TC_1(q_1) = 10q_1$, $TC_2(q_2) = q_2^2$;

в) $TC_1(q_1) = 10q_1 - q_1^2/2$, $TC_2(q_2) = q_2^2$, максимальный объем производства на первом заводе равен 10.

Задача 1.7

Производственная функция фирмы имеет вид $Q = 2\sqrt{L}$, но чтобы открыть фирму и нанять положительный объем труда, нужно заплатить 25 ден. ед. (При $L = 0$ ничего платить не надо.) Фирма является совершенным конкурентом как на рынке конечного продукта, так и на рынке труда. Цена единицы конечного продукта равна 10, а зарплата равна w. Выведите уравнение функции спроса фирмы на труд $L_d(w)$. Постройте график прибыли фирмы как функции от L при $w = 3$, $w = 4$, $w = 5$.

Задача 1.8. Парабола с ветвями...

Функция издержек конкурентной фирмы описывается уравнением $TC(Q) = 10Q - Q^2/2$, а максимально возможный объем производства равен 10. Цена за единицу продукции фирмы равна P. Выведите уравнение функции предложения фирмы $Q_s(P)$. Постройте график прибыли фирмы при $P = 3$; $P = 5$; $P = 7$.

Задача 1.9. Антисанкции

Представим себе мир, состоящий из трех стран — Е, Б и Р. Рассмотрим рынок камамбера — сорта сыра, который производится только в стране Е. Функция предложения этого товара в стране Е имеет вид $Q_S = P$. Функции спроса на камамбер в странах Е и Р одинаковы и равны $Q_d = 60 - P$. Спрос на камамбер в бедной стране Б пренебрежимо мал.

а) Найдите равновесную цену на рынке камамбера и объем импорта из Е в Р.

б) Представим себе, что самолет страны Е был сбит над территорией страны Р, что привело к заметному охлаждению отношений между странами. Обидевшись, страна Р решила полностью запретить ввоз камамбера из страны Е. Поскольку импорт из страны Б не был запрещен, предприимчивая фирма Ф из страны Б решила покупать камамбер в стране Е, наклеивать на него этикетку «Made in Б», и перепродавать товар в страну Р. Фирма Ф устанавливает цену в стране Р самостоятельно; более того, в силу большого объема закупок фирма Ф сама может устанавливать закупочную (а значит, и рыночную) цену в стране Е. Будем считать, что издержки фирмы Ф равны нулю.

Найдите цены на камамбер в странах Е и Р и объем импорта в новых условиях. Как изменится благосостояние потребителей в стране Р?

По мотивам задачи из экономического боя в ЛЭШ — 2014.

Задача 1.10. Оптимум фирмы и заемные средства

Для производства 1 единицы уникального товара М нужна 1 единица сырья стоимостью 17 д. е. и 1 единица труда стоимостью 3 д. е. Денежные ресурсы, которые фирма может потратить на закупку факторов производства, однако, не безграничны. Всего на счету фирмы в настоящий момент есть X д.е. Фирма может привлечь дополнительные средства, взяв в банке краткосрочный кредит по ставке r_c, вернуть который нужно после продажи товара. Также часть средств можно не вкладывать в производство, а положить на депозит по ставке r_d на тот же период. Если фирма назначит цену P на свою продукцию, то потребители будут готовы купить $52 - P$ единиц товара М. Фирма максимизирует сумму денег, которая останется у нее после производства и продажи товара и расплаты с банком.

а) Допустим, $r_c = r_d = 10\%$. Найдите оптимальный выпуск фирмы как функцию от X. Постройте график этой функции.

б) Допустим, $r_c = 20\%$, $r_d = 10\%$. Найдите оптимальный выпуск фирмы как функцию от X. Постройте график этой функции.

Сибириада — 2014

Задача 1.11. Оптимальная реклама

В этой задаче мы смоделируем выбор фирмой расходов на рекламу. Допустим, спрос описывается уравнением $Q = 20 + A - P$, где A — объем купленной рекламы. Издержки фирмы на производство равны $2Q$, а издержки на рекламу зависят от ее объема и равны A^2.

а) Найдите оптимальный выпуск фирмы, цену, и объем купленной рекламы;

б) Допустим, государство планирует ввести на фирму процентный налог на выручку по ставке t. Рекламное агентство обрадовалось: ведь «ясно», что фирма, чтобы компенсировать потери от налога, станет больше рекламировать продукт. Верен ли в данном случае вывод рекламного агенства? Почему?

Задача 1.12 (†). Оптимальное качество: строим модель своими руками

Еще одна переменная, которую выбирает фирма — качество товара. Рассмотрим следующую жизненную ситуацию.

На базе отдыха «Акйач» имеется теннисный корт, которым отдыхающие могут пользоваться бесплатно. Ракетки и мяч, однако, база сдает в аренду на некоторое время за плату. Чем качественне ракетки, тем больше отдыхающие будут готовы заплатить за их аренду (и тем больше ракеток будет взято в аренду при даннной цене). При этом стоимость ракеток для базы отдыха растет по их качеству возрастающим темпом. Кроме того, предельные издержки на сдачу в аренду ракеток одному клиенту равны нулю и корт может быть занят лишь ограниченное число часов в день.

а) Постройте модель, в которой фирма, максимизирующая прибыль, выбирает цену аренды ракеток и уровень качества ракеток, которые она предоставляет в аренду.

б) Допустим, в вашей модели происходит рост туристического интереса к данному региону и спрос на аренду ракеток растет на одну и ту же величину при любом уровне качества. Как в вашей модели изменится уровень качества ракеток, выбираемый фирмой? Почему?

Задача 1.13 (†). Почва для коррупции

Рассмотрите пункт г) задачи 1.5 в общем случае. Чиновник вводит потоварный налог по ставке t. Спрос на продукцию и издержки производства описываются произвольными функциями, такими что (1) точка максимума прибыли существует и единственна при любой ставке налога; (2) выпуск при введении налога меняется. Докажите, что существует размер подарка такой, что отмена налога в обмен на подарок строго выгодна обеим сторонам.